

Estabilidad e inestabilidad políticas en las LXII y LXIV Legislaturas mexicanas desde la perspectiva de la teoría de juegos

Political Stability and Instability in the LXII and LXIV Mexican Legislatures from the Perspective of Game Theory

José Leonel Larios Ferrer*

Recibido: 20 de enero de 2020

Aceptado: 27 de julio de 2021

RESUMEN

La presente investigación analiza la estabilidad política dentro de dos legislaturas mexicanas recientes desde un enfoque de teoría de juegos. Para lo anterior, se desarrolla teoría propia en el campo de la Nueva Economía Política (NEP), para aplicarla posteriormente al estudio de dichas legislaturas utilizando datos de la Gaceta Parlamentaria y simulaciones en Scilab. La formulación de los distintos juegos dinámicos y el índice de estabilidad política derivado de los mismos permitió encontrar una estabilidad política débil según la manera en que se votaron las reformas estructurales discutidas en la LXII Legislatura de la Cámara de Diputados (CdD). Por otra parte, para la LXIV Legislatura se prevé una estabilidad baja y alta en los escenarios no cooperativo y cooperativo, respectivamente. Los modelos propuestos representan una nueva aproximación de medir la estabilidad política con un grado de complejidad matemática que desemboca en un índice de estabilidad muy compacto. Se comprueba que elementos como el ausentismo, el abstencionismo y la traición política entre los partidos y coaliciones pueden

ABSTRACT

The present research analyzes political stability within two of the recent Mexican legislatures from a game theory approach. In order to achieve this, a new theory is developed in the field of the New Political Economy (NEP) and then applied to the study of these legislatures using data from the Parliamentary Gazette and simulations in Scilab. The formulation of the different dynamic games and the political stability index derived from them allowed for finding a weak political stability following the way in which the structural reforms discussed in the LXII legislature of the Chamber of Deputies (CdD) were voted. On the other hand, for the LXIV legislature low and high stability are foreseen in the non-cooperative and cooperative scenarios, respectively. The proposed models represent a new approach to measure political stability with a degree of mathematical complexity that leads to a very compact stability index. It is proved that elements such as absenteeism, abstentionism and political betrayal between parties and coalitions can define political stability within

* Universidad Politécnica de la Energía, México. Correo electrónico: <lariosleoster@gmail.com>.

definir la estabilidad política dentro de una legislatura y con ello permitir o no la aprobación de los distintos acuerdos.

Palabras clave: estabilidad política; Cámara de Diputados de México; coaliciones; teoría de juegos; Simulaciones en Scilab.

a legislature and thereby allow or not the approval of the various agreements.

Keywords: political stability; Chamber of Deputies of Mexico; coalitions; game theory; Scilab simulations.

Introducción

La importancia de los acuerdos en la política es de gran trascendencia para la economía de un país, ya que sin una cooperación entre las distintas fuerzas políticas se pueden estancar reformas y acuerdos que actuarían en beneficio de una mejor situación económica. Cuando existe desacuerdo en los Parlamentos o Cámaras, y por tanto, no hay un óptimo resultado en la formación de coaliciones, se puede llegar a tener inestabilidad e incertidumbre, como el caso del 20D en España.¹ Por otro lado, la trascendencia económica que tiene la estabilidad política al existir cooperación entre las distintas fuerzas políticas puede evitar incertidumbre a la hora de gobernar, de forma especial en los mercados y en algunas variables económicas, ya sea de forma directa o indirecta. Sin duda, muchas de las decisiones económicas de un país son discutidas en las Cámaras, por lo que el estudio de la forma en cómo son tomadas las decisiones en estas últimas es de gran trascendencia.

Para la toma de decisiones y la aprobación de acuerdos es importante que el partido en el poder cuente con un buen número de votos o, en su defecto, tenga partidos aliados para poder rebasar ciertas cuotas de mayoría exigidas por la ley. En el caso de la Constitución mexicana, se señala en el artículo 135 que para ser reformada se requiere el voto de las dos terceras partes de los diputados y senadores, y que sean aprobadas por la mitad más uno de las 32 legislaturas locales de cada estado. Se esperaría que, a mayor poder de decisión de un partido y sus aliados, mayor será su productividad en los parlamentos; sin embargo, muchas veces no se presentan suficientes votos para aprobar ciertos acuerdos y se tiene que recurrir a la formación de coaliciones con otras fuerzas políticas.

Desde las teorías económica y política, tópicos de este tipo pueden ser abordados por la Nueva Economía Política (NEP).² Algunas de las características de ésta son: 1) usa la elección racional de los agentes; 2) el comportamiento político es maximizar la utilidad de los

¹ Este acontecimiento sucedió durante las elecciones del 20 de diciembre de 2015 en España, el cual fue un fenómeno político trascendente para ese país, ya que ninguna de las fuerzas políticas logró obtener la mayoría en el congreso.

² Muchos de los autores de la NEP pertenecen también a la teoría de Elección Pública (EP), la cual a grandes rasgos estudia el comportamiento del gobierno y de los electores con un análisis de carácter positivo.

agentes; 3) las políticas públicas son resultado de racionalidad e interacción entre agentes, y 4) se usa un método deductivo. A grandes rasgos, siguiendo a Bonilla y Gatica (2005), la NEP se divide en las siguientes ramas: a) Teoría Espacial del Voto (TEV), b) Teoría de juegos e información asimétrica aplicada a la competencia política y c) Ciclo político económico. Desde las dos primeras ramas se puede abordar al análisis de estabilidad de coaliciones políticas, usando para ello distintos modelos de teoría de juegos.

La TEV tuvo sus antecedentes en el trabajo de Hotelling (1929), el cual desarrolló un modelo espacial de competencia entre empresas. Los primeros autores en transformar las ideas espaciales de Hotelling en modelos formales de competencia política fueron Downs (1957) y Black (1958). Algunos de los avances recientes dentro de la TEV se preocupan por seguir describiendo a los agentes políticos cuando estos son los electores (ver, por ejemplo, los trabajos de Hinich y Munger [1994] y Bonilla Melendez [2004]) y cuando estos agentes son los partidos o coaliciones de los mismos, sobre los cuales se abunda más adelante. Para fines de esta investigación, la conducta del electorado se deja de lado, pero se toma en cuenta implícitamente como aquella que define las condiciones iniciales de los diferentes juegos abordados. El presente trabajo se enfoca en los partidos y sus coaliciones como los agentes a estudiar.

Respecto a la teoría de juegos cooperativos (TJC), ésta ofrece una metodología para el análisis de estabilidad de coaliciones mediante el uso de determinados índices (o valores) de decisión. La TJC logró importantes resultados en las contribuciones de Nash (1953) y Shapley (1963) sobre los juegos de negociación, y las de Gillies (1953) y Shapley (1963) sobre el núcleo de un juego. Shapley —junto con otros autores (Shapley y Shubik, 1954 y Banzhaf, 1965)—, llevaría a cabo el desarrollo de soluciones distintas a la solución núcleo mediante propuestas de diferentes valores de poder de decisión dentro de un juego cooperativo.

El valor del índice de Shapley-Shubik (S-S) da como resultado una cantidad que representa la posible contribución de cada uno de los jugadores a las coaliciones de las que podría formar parte. Por su parte, el índice de poder de Banzhaf explica el papel de los votos decisivos para la toma de decisiones entre varios agentes. De tal manera, el trabajo de Leech (1990) sugiere que el índice S-S es más apropiado para situaciones en que los votos reflejan un conjunto común de valores y todos los posibles conjuntos de valores tienen el mismo peso (la distribución es uniforme). Así, el índice de Banzhaf es más apropiado si los votantes actúan de manera independiente uno del otro y no requieren el mismo rango de valores; lo único que se necesita en una situación promedio es que ellos conozcan la manera en que vota el otro. Existen otros trabajos que sugieren representaciones alternativas de los índices de S-S y de Banzhaf, que abundan más sobre ellos (ver Felsenthal y Machover, 1996; Laruelle y Valenciano, 2001; Chua Cheng-Huat y Huang, 2003 y Kirsch y Langner, 2010). Existen otros índices —como el de Deegan y Packel (1978) y el de Holler y Packel

(1983)— que se basan en coaliciones mínimas ganadoras, en las cuales cada votante es decisivo para lograr un objetivo.

Por otra parte, se han desarrollado valores coalicionales que incorporan dentro de los juegos cooperativos ciertas *particiones*³ del conjunto total de jugadores que dan lugar a estructuras de coalición de los diferentes jugadores. Dicha partición da lugar a que los jugadores obtengan valores de poder de decisión que incorporan su interacción con los miembros de su coalición y de las demás coaliciones. Los juegos con una estructura coalicional fueron considerados inicialmente en el trabajo de Aumann y Dreze (1974), en el cual se extiende al valor de Shapley; el juego original se divide en subjuegos, tantos como número de particiones se tenga del conjunto total de jugadores, y cada jugador recibe su equivalente al valor de Shapley de acuerdo al subjuego (o partición) del cual forma parte. Posteriormente, en el trabajo de Owen (1977), se propuso una aproximación diferente que toma en cuenta el poder de decisión de los jugadores dentro de su coalición y el poder de la coalición dentro del conjunto total de coaliciones. Para lo anterior es necesario formular un *juego cociente*,⁴ el cual toma en cuenta el peso en votos de cada una de las coaliciones involucradas en el juego y el peso de cada uno de los jugadores individuales. A este valor se le suele llamar Valor Coalicional de Owen (vco).

Existen otros valores alternativos al vco, como el que se propone en el trabajo de Owen (1981), quien usa el valor de Banzhaf para modificar la forma en que se valora a los jugadores que se interrelacionan. A dicho valor se le suele llamar Valor de Banzhaf-Owen. Por su parte, en el trabajo de Alonso Meijide y Fiestras Janeiro (2002) se introduce el valor de Banzhaf aplicado en la valoración del juego cociente y el valor de Shapley aplicado a las uniones de coaliciones.

Entre los trabajos aplicados a la ciencia política que utilizan los valores de Shapley y/o de Owen están los de Geddes (1991), quien propone un modelo de teoría de juegos para intentar explicar los diferentes modos de transición hacia regímenes democráticos. El modelo de Geddes (1991) arroja dos predicciones: 1) es más probable que las reformas se aprueben cuando el poder se distribuye equitativamente entre los partidos más fuertes, y 2) es más probable que las reformas iniciales sean seguidas de nuevas ampliaciones —leyes secundarias— si el peso electoral de la bancada permanece estable y relativamente estable. También se han usado los valores de poder para estudiar los parlamentos como es el caso de los trabajos de Carreras, García y Pacios (1992), que hace un estudio coalicional de los parlamentos

³ Por lo pronto entiéndase partición como sinónimo de *división* de un conjunto; más adelante se define concretamente a este concepto.

⁴ Piénsese en un juego cociente como aquel que toma en cuenta a ciertos jugadores representantes de su coalición y a las coaliciones como jugadores grupales, además de tomar en cuenta a los jugadores individuales dentro de sus coaliciones.

autonómicos españoles de régimen común, y el de Carreras y Owen (1995), que estudia y aplica el valor coalicional en las estrategias parlamentarias españolas.

En el caso de México, trabajos como el de Nacif (2003) abordan modelos para explicar la creación y estabilidad de coaliciones entre los diferentes poderes y dentro del congreso mexicano para legislar y crear proyectos de política pública. Este autor argumenta que los partidos políticos en los sistemas presidenciales tienen incentivos para cooperar y construir coaliciones para formular políticas públicas; su construcción dependerá de los beneficios que pueden obtener con la cooperación el partido del presidente y los partidos de oposición al modificar el *statu quo*. Esta es otra forma de percatarse de la importancia de formar coaliciones dentro de los parlamentos tanto para los partidos en el poder como para los que no son parte de él, puesto que ante un escenario cooperativo se puede lograr una buena productividad en políticas públicas, lo que se espera sea benéfico para el partido gobernante y que para los otros partidos les traiga algún rendimiento ya sea de carácter político o económico. El modo en que el partido o coalición del gobierno logre el mayor número de políticas dependerá en parte del *influyentismo* que éste tenga sobre los demás partidos o sobre las demás coaliciones políticas, es decir, en la forma en que puede impactar sobre la decisión de voto de los demás. En los congresos esto se puede presentar en formas directas de voto, como la aprobación o rechazo de las distintas propuestas que presenten los diferentes partidos, o bien de maneras indirectas de voto, como la abstención y ausentismo.

Otros trabajos, como los de Przeworski (1991) y Hunter (1998), han seguido haciendo algunas aportaciones importantes usando la teoría de juegos para explicar la competencia electoral. Por su parte, trabajos como los de Riker (2001), Benton (2007), Rodríguez y Santacruz (2016) y Hernández y Venegas (2017) estudian los parlamentos usando también algunas herramientas de la teoría de juegos. Cabe resaltar que el trabajo de Benton (2007) se refiere, aunque de manera indirecta, al concepto de *traición política*, la cual puede existir dentro de cada partido y por lo mismo se tiende a formar subcoaliciones dentro del mismo. Ésta podría extenderse a una traición entre coaliciones y por tanto dividir a las mismas. En los congresos esto se puede presentar en formas directas de voto, como la aprobación o rechazo de las distintas propuestas que presenten los diferentes partidos, o bien de maneras indirectas de voto, como lo son la abstención y ausentismo. Trabajos como los de Nacif (2003), de Benton (2007) y de Rodríguez y Santacruz (2016), pasan por alto (o al menos no desarrollan formalmente) el papel que el ausentismo, el abstencionismo y la traición política tienen dentro de los juegos políticos para llegar a sus resultados. Se busca definir formalmente este tipo de conceptos y usarlos para los distintos juegos dinámicos a desarrollar dentro del presente trabajo. No se ha encontrado en la literatura una formalización matemática de juegos que incorporen el ausentismo, abstencionismo y la traición entre los diferentes jugadores.

De esta manera, el objetivo de la presente investigación es analizar la estabilidad política dentro de dos de las recientes legislaturas mexicanas con un enfoque de teoría de juegos. Para ello, se comienza por desarrollar teoría propia en el campo de la NEP, para después aplicarla al estudio de dichas legislaturas usando para ello datos de la Gaceta Parlamentaria y simulaciones en el software para análisis numérico Scilab. La aportación principal de esta investigación radica en la propuesta de una nueva metodología para analizar la estabilidad política dentro de los congresos y de la complejidad e interdisciplinariedad que ello requiere (conocimientos de matemáticas, ciencias económicas, ciencias políticas y computación).

Para lograr este objetivo, este artículo se divide de la siguiente manera: en primer lugar, se presenta la teoría desarrollada, la cual desemboca en la propuesta de un índice de estabilidad política, el cual es derivado de juegos en diferencias; para lo anterior, se presentan los juegos redefinidos por ausentismo y abstencionismo y el Juego en Diferencias (JD) inducido por estos juegos redefinidos, así como su solución y estabilidad. Después, en una segunda parte se muestra la manera en que se puede aplicar toda esta teoría al estudio de la LXII y LXIV Legislaturas de la Cámara de Diputados (CD). Finalmente, se presentan las conclusiones correspondientes.

Desarrollo de teoría: índice de estabilidad política derivado de juegos en diferencias

En esta primera parte de la investigación se propone un índice de estabilidad política, el cual se deriva de juegos en diferencias redefinidos por ausentismo y abstencionismo. Se comienza por definir los juegos de mayoría ponderada redefinidos por ausentismo y abstencionismo.

Juegos redefinidos por ausentismo y abstencionismo

Para delimitar los juegos redefinidos por ausentismo y abstencionismo, es necesario discutir algunos conceptos. Dado que estos juegos son variaciones de juegos de mayoría ponderada, mismos que son casos particulares de los juegos cooperativos simples, se comienza por definir desde lo que es un juego cooperativo.

Definición 1 (Juego cooperativo [Amer, Carreras y Magaña, 2003: 108]). *Un juego cooperativo es un par $\Gamma \equiv (N, v)$ donde N es un conjunto de jugadores (llamada gran coalición) y $V: 2^N \rightarrow \mathbb{R}$ es una función característica (donde 2^N denota el conjunto potencia de N) que asigna a cada coalición de jugadores un pago o valor con $v(\emptyset) = 0$.*

Por lo tanto, se puede decir que un juego cooperativo es resultado de un acuerdo vinculante entre los jugadores, quienes al final reciben una retribución por su participación en determinada coalición. Con lo anterior, se puede definir lo que es un juego cooperativo simple.

Definición 2 (Juego Cooperativo Simple [JS] [Peleg y Sudholter, 2007: 16-17]). Un Juego Cooperativo Simple o Juego Simple (JS) v es aquel en que para toda coalición $S \subseteq N$ se tiene que: i) $v(S) = 0$ o $v(S) = 1$; ii) $v(N) = 1$, y iii) $v(S) \leq v(T)$ tal que $S \subseteq T \subseteq N$.

Todo Juego Simple (JS) está determinado por la colección de coaliciones ganadoras (W) como sigue: $W = \{S \subseteq N : v(S) = 1\}$.

Observaciones: i) $N \in W$ y $\emptyset \notin W$ en todo juego v ; y ii) Si $S \subseteq T$ y $S \in W \Rightarrow T \in W$.

Con base en la segunda observación, se puede acotar aún más al juego v considerando sólo la colección de coaliciones mínimas ganadoras (W^m) definida de la siguiente manera: $W^m = \{S \subseteq W : T \in W \mid S \subseteq T\}$, es decir, es un conjunto más acotado de coaliciones ganadoras. Se define enseguida lo que es un juego de mayoría ponderada.

Definición 3 (Juego de Mayoría Ponderada [JMP] [Peleg y Sudholter, 2007: 17]). Un Juego de Mayoría Ponderada (JMP) es un caso particular de un juego simple. El juego v es de mayoría ponderada si existe una distribución de pesos w_1, w_2, \dots, w_n entre los jugadores y una cantidad de mayoría o cuota (q) tales que:

$$S \in W \Leftrightarrow w(S) \geq q \Leftrightarrow v(S) = 1, \text{ con: } w(S) = \sum_{i \in S} w_i, \forall S \in W.$$

Usualmente, un JMP se representa por: $v \equiv [q; w_1, w_2, \dots, w_n]$. Así, éste se tiene que rebasar cierta cuota para ganar el juego, donde esto dependerá de qué tanto pese la coalición en cuestión. Con todo lo anterior, se propone una variedad de dicho juego a lo que se le ha de llamar JMP Grupal (JMPG); aunque en principio parezca un caso particular de un JMP usual, en adelante se requiere ver de manera separada para que algunas definiciones y resultados tengan sentido.

Definición 4 (JMP Grupal [JMPG]). Un JMP Grupal (JMPG) es un JMP de la forma $v = [q; w]$, con $w = (w_1, \dots, w_n)$, donde cada w_i es el peso de un i -ésimo jugador grupal, el cual a su vez está conformado por entes (jugadores) individuales.

Un caso particular de JMPG se da cuando los jugadores grupales son partidos políticos o coaliciones de ellos y los jugadores individuales son diputados o senadores. Como se puede ver, un JMP usual es un caso particular de JMPG en el que todos los jugadores grupales son jugadores individuales. Se podría hablar así de la “generalización” de un JMP usual. La razón por la que se decide referir de manera especial a un JMPG es porque más adelante se tiene la necesidad de dividir al jugador de un JMP, lo cual únicamente tiene sentido si éste es grupal. En las definiciones que siguen se trabaja con un JMPG; en más de una ocasión se refiere al jugador grupal simplemente como jugador, cuando se ha puesto en claro que se está frente a un JMPG y no a un JMP usual.

Antes de presentar a los juegos redefinidos por ausentismo y abstencionismo, se da la definición de existencia de Quórum.

Definición 5 (Existencia de Quórum). Sea $v = [q; w]$ un JMPG. Se tendrá existencia de Quórum cuando haya la suficiente asistencia para poder llevar a cabo el juego de votación.

Se comienza por definir a un JMPG en el que algunos jugadores (grupales) o partes de ellos se ausentan, dando lugar a una nueva reconfiguración del juego original.

Definición 6 (Juego redefinido por ausentismo en un JMPG). Sea $v = [q; w]$ un JMPG con $w = (w_1, \dots, w_n)$ y donde $w_s = w_1 + \dots + w_n$. Cuando algunas partes de algunos de los jugadores grupales i , $i = 1, \dots, n$, deciden no entrar al juego, se dirá que tales “jugadores parciales” se ausentan. Lo anterior lleva a un nuevo JMPG siempre y cuando exista quórum. A éste se le denominará JMPG redefinido por ausentismo el cual tendrá la siguiente forma:

$$\bar{v} = [\bar{q}, \bar{w}], \text{ con } \bar{w} = w \setminus \{a_i w_i\}, \quad 0 < a_i \leq 1,$$

donde $w \setminus \{a_i w_i\}$ quiere decir que no se toma en cuenta la parte de los pesos de los jugadores i ausentes. Por su parte, \bar{q} es la cuota correspondiente al considerar los pesos en \bar{w} ; dicha cuota debe representar el mismo porcentaje que q representa con respecto a w_s del juego original. Si $a_i = 1, \forall i$ que se ausenta, se dirá que el ausentismo es grupal (o total); si $0 < a_i < 1, \forall i$ que se ausenta, se dirá que el ausentismo es parcial puro.

No es difícil convencerse que al heredar \bar{v} las propiedades de v , se tenga que \bar{v} también sea un JMPG. Es aquí donde se ve la importancia de tratar al JMPG como un caso especial del JMP usual, pues en éste último no se podría hablar con certeza de un jugador parcial por la indivisibilidad de sus jugadores; por jugador parcial se refiere tanto a jugadores parciales puros como no puros (jugadores grupales). Más adelante surgirán nuevos conceptos que pongan en evidencia la relevancia de tratar al JMPG de manera especial. Acerca de la definición 6, se puede decir aún más acerca de la forma de a_i para no caer en la indivisibilidad de sus jugadores individuales. En este sentido, a_i debe ser de la forma $a_i = \beta / |w_i|$ con $\beta \in \mathbb{Z}^+ \cap [1, |w_i|]$, es decir, las proporciones manejadas en la definición anterior tienen sentido cuando a_i es una fracción, cuyo numerador es un entero positivo entre la unidad y el peso del jugador grupal i y cuyo denominador es éste último. Más aún, si cada jugador individual representa un voto, entonces $|w_i| = w_i^5$.

Para lo que sigue, se denotará al conjunto de jugadores ausentes como AU y a la Coalición Ganadora como CG . Se enuncia enseguida, una proposición que tienen que ver con el papel del ausentismo dentro de un JMPG.⁶

⁵ Todas estas y otras observaciones fueron de gran utilidad a la hora de simular los casos aplicados de la teoría aquí discutida.

⁶ La demostración de tal proposición se encuentra en el trabajo de autoría propia (Larios, 2019).

Proposición 1 (Ausentismo en pro de la CG). *Sea $v = [q; w]$ un JMPG, con $q = \alpha w_s$ donde $w_s = \sum_{i \in N} w_i$. Sea $\bar{v} = [\bar{q}; \bar{w}]$ un JMPG redefinido por ausentismo, donde $AU_{AF} = \gamma AU$ y $AU_{EC} = (1 - \gamma)AU$, con $0 \leq \gamma \leq 1$; donde AU_{AF} y AU_{EC} representan al conjunto de jugadores parciales que están ausentes a favor y en contra de alguna propuesta, respectivamente. Entonces, si $\alpha > \gamma$, a medida que crece el ausentismo (siempre y cuando exista quórum) éste aumenta el margen de ganancia (mg) de una coalición ganadora (o mínima ganadora). En este sentido el ausentismo favorece al sí (sí como CG).*

Se presenta ahora un JMPG en el que algunos jugadores grupales o jugadores parciales se abstienen, lo que modifica la estructura del JMPG original.

Definición 7 (Juego redefinido por abstencionismo en un JMPG). *Sea $v = [q; w]$, con $w = (w_1, \dots, w_n)$ un JMPG. Cuando algunas partes de algunos jugadores i , $i = 1, \dots, n$, deciden entrar al juego pero no participar, se dirá que tales jugadores parciales se abstienen. Siempre y cuando exista quórum, la situación anterior llevará a un nuevo JMPG. Se referirá a éste como JMPG redefinido por abstencionismo, mismo que se representará como:*

$$\bar{v} = [q, \bar{w}], \text{ con } \bar{w} = w \setminus \{a_i w_i\}, \quad 0 < a_i \leq 1,$$

donde q se mantiene igual que en el JMPG original y donde \bar{w} es el vector de pesos sin tomar en cuenta los pesos de los jugadores parciales que se abstienen. Si $a_i = 1, \forall i$ que se abstenga, se dirá que el abstencionismo es grupal (o total); si $0 < a_i < 1, \forall i$ que se abstenga, se dirá que el abstencionismo es parcial puro.

Al igual que en el juego redefinido por ausentismo, en este juego redefinido a_i también debe ser de la forma $a_i = \beta / |w_i|$ con $\beta \in \mathbb{Z}^+ \cap [1, |w_i|]$, donde $|w_i| = w_i$ cuando cada jugador individual aporta un voto. De forma general, el abstencionismo ocurre cuando a pesar de estar presentes los jugadores parciales en un JMPG, estos deciden no emitir un voto nominal (ni sí, ni no).

Si se denota a AB como el conjunto de jugadores parciales que se abstienen y AF, AU y EC como antes, se tiene el siguiente resultado.⁷

Proposición 2 (Abstencionismo en contra de la CG). *Sea $v = [q; w]$ un JMPG, con $\alpha = w_s$ ($w_s = \sum_{i \in N} w_i$). Sea $\bar{v} = [q; \bar{w}]$ un JMPG redefinido por abstencionismo. Supóngase que en el conjunto $AU = \bar{A}\bar{U}$ es constante. Entonces, en cuanto más aumenta el abstencionismo (siempre y cuando exista quórum) éste disminuye el margen de ganancia (mg) de la CG. En este sentido el abstencionismo perjudica al sí (sí como CG) o lo que es lo mismo, favorece al no (a la oposición).*

⁷ La demostración se encuentra en Larios (2019).

Ambos juegos redefinidos modifican la estructura del JMPG original, donde el modificado por ausentismo altera tanto la cuota como la distribución de pesos, a diferencia del modificado por abstencionismo, que sólo cambia la distribución de pesos, pues los jugadores que se abstienen en realidad sí están participando en el JMPG, pero con una especie de voto nulo.

Juego en Diferencias (JD) inducido por un JMPG

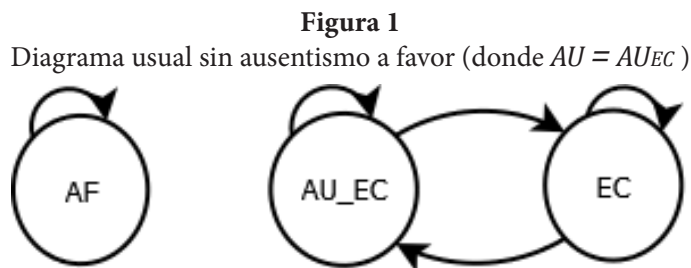
En esta sección se formula de manera general un Juego en Diferencias (JD) el cual es inducido por un JMPG. Después, se presenta teoría existente en lo que respecta a la solución de sistemas autónomos de Ecuaciones en Diferencias (EED) dentro del que cabe el sistema del JD. Finalmente, se propone un índice de estabilidad política derivado de un JD y se dan algunas de sus propiedades generales.

Formulación del JD

Para la formulación de los Juegos en Diferencias (JDs) es necesario considerar, aparte del ausentismo y abstencionismo, el concepto de traición entre los diferentes jugadores. El concepto de traición es necesario definirlo por su importancia en el desarrollo de los distintos juegos, pues sin él no se podrían conectar algunos conjuntos, como los ya vistos de AF y EC. Por lo anterior, se proponen las siguientes definiciones.

Definición 8 (Participación activa y pasiva de Jugadores). *Al conjunto de jugadores parciales que participan en una coalición, la cual emite de forma directa su voto, se les llamará coaliciones activas. Por otro lado, aquel conjunto de jugadores parciales que forman una coalición y la cual no emite su voto de forma directa se les denominará coaliciones pasivas.*

Según la definición 8, las coaliciones descritas en la sección anterior AF y EC son coaliciones activas, mientras que las coaliciones AU y AB (y sus subdivisiones) son coaliciones pasivas. Ambos tipos de coaliciones participan en el juego, aunque lo hacen de manera diferente. Supóngase que se tiene el diagrama de la Figura 1.



Fuente: elaboración propia.

Para “cerrar” el diagrama de la Figura 1 se proponen las siguientes definiciones.

Definición 9 (Traición intercoalicional en un JMPG). Sea $\pi = \{B_1, \dots, B_m\}$ una partición⁸ de un conjunto de jugadores N , donde $|\pi| = m \leq n = |N|$ y donde se tiene un JMPG. Se tendrá una traición intercoalicional cuando una fracción a_j , con $0 < a_j \leq 1$, de algunas B_j , deciden ir junto a otra B_k , con $k \neq j$.

En el caso particular de la definición 9 donde $\pi = \pi^{\{n\}} = \{1, \dots, n\}$ se propone renombrar a la traición intercoalicional.

Definición 10 (Traición interparcial en un JMPG). Dada una partición $\pi = \pi^{\{n\}}$ de un conjunto de jugadores N , donde $|\pi| = n = |N|$ y donde se tiene un JMPG, se dice que existe traición interparcial (traición entre jugadores parciales) si algunos de los miembros individuales de algunos jugadores parciales (jugadores parciales puros o grupales) j , $j = 1, \dots, n$, deciden ir junto a otro jugador parcial k , con $k \neq j$.

En esta definición, al JMPG tiene sentido tratarle de manera especial con respecto al JMP usual. A menudo se referirá a la traición interparcial como *traición intergrupal* en el caso particular donde el jugador parcial que traiciona es un jugador grupal entero.

Dicho lo anterior, se presentan las siguientes definiciones en el caso donde se está ante un JMPG donde los jugadores grupales son partidos políticos.

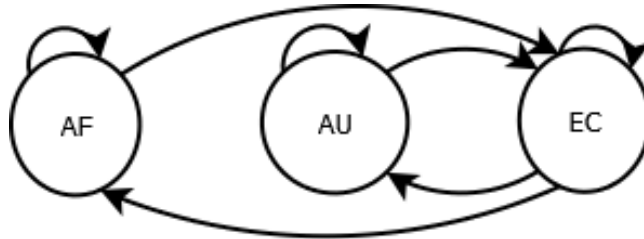
Definición 11 (Traición interbancada). Cuando el JMPG es un JMPG Político (JMPGP) se referirá a la traición intercoalicional como *traición interbancada* (traición entre bancadas).

Definición 12 (Traición interpartidaria). Cuando el JMPG es un JMPG Político (JMPGP) se referirá a la traición interparcial como *traición interpartidaria* (traición entre partidos).

⁸ Una partición de un conjunto es aquella en la que la unión de sus elementos no vacíos es el conjunto original y la intersección entre ellos es vacía.

Con la definición 9 (o definición 11) el diagrama de la Figura 1 pasa a ser como el que se muestra en la Figura 2.

Figura 2
 Diagrama sin ausentismo a favor con traición intercoalicional



Fuente: elaboración propia.

De esta manera, la traición intercoalicional entre los jugadores que participan, en este caso de forma activa (coaliciones *AF* y *EC*), desempeña un papel importante dentro de un juego.

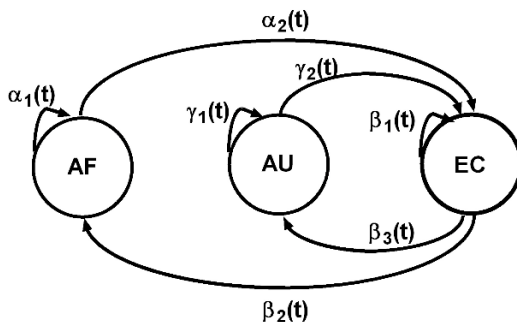
Con lo anterior en mente y retomando la discusión de un JMPG con respecto a la convención de que se trata a la coalición *AF* como la CG, determinaremos el número de periodos que dicha coalición puede rebasar la cuota pedida en cada juego redefinido para que se mantenga como CG. A medida que tal número de periodos crezca, entonces se estará en un escenario con goce de estabilidad política.

Defínase para el periodo t a af_t , au_t y ec_t , como el número total de jugadores individuales que están en el conjunto AF_t , AU_t y EC_t , respectivamente.

Considérese algunas tasas de transición para el periodo t en cada uno de estos conjuntos; tal diagrama se puede ver como el mostrado en la Figura 3. En dicho diagrama se debe cumplir que $\sum_{i=1}^2 \alpha_i = \sum_i^3 \beta_i = \sum_{i=1}^2 \gamma_i = 1$.

Figura 3

Diagrama sin ausentismo a favor con traición intercoalicional



Fuente: elaboración propia.

De acuerdo al diagrama de la Figura 3 la relación entre las cardinalidades de AF, AU y EC para el periodo $t + 1$ están dadas por:

$$\begin{aligned} af_{t+1} &= \alpha_1(t)af_t + \beta_2(t)ec_t, \\ ec_{t+1} &= \beta_1ec_t + \alpha_2(t)af_t + \gamma_2(t)au_t, \\ au_{t+1} &= \gamma_1(t)au_t + \beta_3(t)ec_t, \end{aligned}$$

con condición inicial del sistema: $n_0 \equiv (af_0, ec_0, au_0)$, mismo que dependerá de la composición inicial de la estructura de coalición siguiente:

$$\pi_0 = \{AF_0, EC_0, AU_0\} \text{ con } N_0 = AF_0 + EC_0 + AU_0,$$

donde $AF_0 \in W$ y se pretende saber hasta qué periodo t , $AF_t \in W$ en su respectivo juego redefinido.

En un principio las tasas de transición dependen de cada periodo t , mismo que representa al t -ésimo juego redefinido. Más adelante, dichas tasas se tomarán independientes del tiempo y con información real se deducirá el valor numérico de cada una de las transiciones.

Dicho lo anterior, se define de manera formal lo que en adelante se referirá como Juego en Diferencias inducido por un JMPG o simplemente como Juego en Diferencias (JD).

Definición 13 (Juego en Diferencias [JD]). Sea $v = \langle N, q, w \rangle$ un JMPG. Un Juego en Diferencias v_{JD} inducido por v , o simplemente Juego en Diferencias (JD), es una bina formada por $\langle S, v \rangle$, donde S es un sistema lineal autónomo de Ecuaciones en Diferencias (EED) de la siguiente forma:

$$x(n) = Ax(n - 1), \quad n = 1, 2, \dots,$$

donde A es una matriz cuadrada no singular y el JD se gana si la coalición ganadora en v es tal que se mantiene ganadora hasta antes de un periodo p con $1 \leq p \leq p^*$ donde p^* es un

periodo umbral o periodo crítico. Si $p = 0$ se dirá que el JD es nulo, en caso contrario, se referirá al JD como no nulo. Cuando no se especifique, se asumirá que el JD es no nulo.

A continuación, se muestra la definición de JDs redefinidos, parecido a lo que se hizo con los JMPGs, donde se piden algunas condiciones relacionadas con el vector $x(n)$.

Definición 14 (JD redefinido por ausentismo). *Sea $v = \langle N, q, w \rangle$ un JMPG redefinido por ausentismo. Al JD v_{JD} inducido por v se le llamará JD redefinido por ausentismo no nulo o simplemente JD redefinido por ausentismo siempre y cuando se cumplan las siguientes condiciones:*

- i) la cuota de ganancia q en cada periodo p del JD no debe tomar en cuenta a los jugadores grupales ausentes del vector $x(p)$;*
- ii) el conjunto de jugadores no ausentes en $x(p)$ en cada periodo p en que se gana el JD debe rebasar la cuota de quórum de v , la cual será la misma para todos los periodos del JD;*
- iii) todas las entradas del vector $x(p)$ deben ser no negativas en cada periodo p del JD; cuando esto no suceda, el JD debe terminar, no importando que se tenga ganado el JMPG v para ese periodo.*

Se define de manera análoga lo que es un JD redefinido por abstencionismo.

Definición 15 (JD redefinido por abstencionismo). *Sea $v = \langle N, q, w \rangle$ un JMPG redefinido por abstencionismo. Al JD v_{JD} inducido por v se le llamará JD redefinido por abstencionismo no nulo o simplemente JD redefinido por abstencionismo siempre y cuando se cumpla lo siguiente:*

- i) la cuota de ganancia q en cada periodo p del JD debe tomar en cuenta a los jugadores grupales en abstención del vector $x(p)$;*
- ii) el conjunto de jugadores en $x(p)$ en cada periodo p donde se gana el JD, debe rebasar la cuota de quórum de v , la cual será la misma para todos los periodos del JD;*
- iii) el vector $x(p)$ debe tener entradas no negativas en cada periodo p del JD; si esto no sucede, el JD debe terminar, sin importar que se tenga ganado el JMPG v para ese periodo.*

Para resolver cada uno de los JDs anteriores se opta por usar teoría existente en la literatura, misma que se presenta al inicio del siguiente apartado.

⁹ La definición de tal periodo crítico dependerá del contexto de cada JD particular.

Solución y estabilidad del JD

Definición 16 (Solución de un JD general). Sea v_{JD} un JD (no nulo) inducido por un JMPG v . Sea S el sistema lineal autónomo de EED de v_{JD} con $n_0 = 0$, el cual tiene la siguiente forma:

$$x(n) = Ax(n - 1), \quad n = 1, 2, \dots$$

La solución del JD está dada por:

$$x(n) = A^n x_0,$$

donde x_0 es el estado inicial del JD y A^n está determinada con base al algoritmo de Putzer (ver algoritmo en Elaydi, 2010: 118-120).

En ocasiones, habrá que poner atención en la positividad de los elementos en $x(n)$, así como algunas otras propiedades particulares que tenga que cumplir dicho vector dependientes del JMPG en cuestión, para una solución plausible del JD. Enseguida se muestra la solución de los juegos redefinidos con anterioridad donde se hacen específicas dichas propiedades.

Definición 17 (Solución de un JD redefinido por ausentismo). Sea v_{JD} un JD (no nulo) inducido por un JMPG redefinido por ausentismo $v = \langle N, q, w \rangle$. La solución de v_{JD} está dada por la definición 16, donde q y $x(p)$ cumplen con las condiciones impuestas del JD redefinido por ausentismo (definición 14) en cada periodo p en que se gane el JD.

En este apartado se presenta la solución de un JD con ayuda del algoritmo de Putzer, que se extiende para un JD redefinido por ausentismo y un JD redefinido por abstencionismo. Finalmente, se presenta un índice propio de estabilidad, el cual es derivado de un JD inducido por un JMPG particular.

Definición 18 (Solución de un JD redefinido por abstencionismo). Sea v_{JD} un JD (no nulo) inducido por un JMPG redefinido por abstencionismo $v = \langle N, q, w \rangle$. La solución de v_{JD} está dada por la definición 16, donde q y $x(p)$ cumplen con las condiciones impuestas del JD redefinido por abstencionismo (definición 15) en cada periodo p en que se gane el JD.

Con lo anterior en mente se define finalmente un Índice de estabilidad propio derivado de un JD inducido por un JMPG particular.

Definición 19 (Índice de estabilidad derivado de un JD). Sea v_{JD} un JD inducido por un JMPG particular v (redefinido por ausentismo o abstencionismo, por ejemplo). Se define al Índice de estabilidad derivado de un JD de la siguiente manera:

$$\varepsilon(p) = \begin{cases} 1, & \text{si } p \geq p^* \\ p/p^*, & \text{si } p < p^*, \end{cases}$$

donde p es el periodo donde se gana el JD de manera consecutiva y es tal que cumple con las condiciones impuestas por el JMPG particular v y donde p^* es el umbral crítico del JD, donde $p^* \geq 1$.

Obsérvese que dicha definición vale para un JD nulo (en cuyo caso $\varepsilon(p) = 0$) como no nulo (en cuyo caso $0 < \varepsilon(p) \leq 1$). A pesar de que la forma del índice no es compleja, para su construcción sí son tomados en cuenta varios aspectos como son: los distintos conjuntos o estados del conjunto total de jugadores grupales, sus distintas transiciones, donde se incluye el concepto de traición coalicional, la forma en cómo se resuelve el sistema de EED (algoritmo de Putzer), la incorporación de los distintos juegos redefinidos, entre otros. Por lo anterior, es que se considera que el índice propuesto tiene un carácter dinámico, en este caso, resultado de un JD inducido por un JMPG.

Definición 20 (Índice de estabilidad política). Sea v_{JD} un JD inducido por un JMPG Político particular v . A su índice de estabilidad ε se le denotará como ε_{EP} el cual va a recibir el nombre de índice de estabilidad derivado de un JD político o, simplemente, índice de estabilidad política, donde a p^* se le relaciona con un número específico de propuestas aprobadas de una comisión o cámara en particular.

El hecho de que $p \geq p^*$ y que por tanto $\varepsilon_{EP} = 1$ significa que, con la misma condición inicial del JD, alcanza para aprobar en un futuro un número igual o mayor de propuestas aprobadas durante la legislación de la comisión o cámara en particular. Se abundará más en esto en las secciones siguientes a la hora de hacer las aplicaciones.

La siguiente clasificación de estabilidad se sigue para ambos índices.

Definición 21 (Grado de estabilidad del JD). Sea v_{JD} un JD inducido por un JMPG particular v . Sean p y p^* como en la definición 19. El grado de estabilidad del JD estará dado por su índice de estabilidad ε (ε_{EP} si se trata de un JD político) de la siguiente manera:

$$JD = \begin{cases} \text{es estable} & \text{si } \varepsilon(p) = 1 \\ \text{es semiestable} & \text{si } 0.5 < \varepsilon(p) < 1 \\ \text{es inestable} & \text{si } 0 \leq \varepsilon(p) < 0.5. \end{cases}$$

Más aún, se hablará de *semiestabilidad débil* a medida que ε se acerque a 0.5 y *semiestabilidad fuerte* conforme ε se acerque a 1; lo mismo aplica para la estabilidad, que será fuerte si $p > p^*$ y débil si $p = p^*$.

La definición formal de JD, junto con su solución e índice de estabilidad (incluyendo su clasificación), se usarán en el desarrollo de algunos juegos en la siguiente sección.

Aplicación de la teoría: estudio de la LXII y la LXIV Legislaturas de la Cámara de Diputados (CdD)

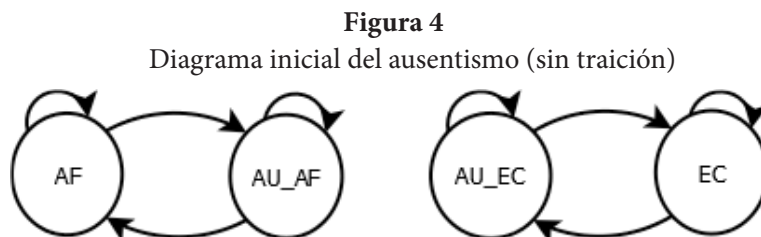
En esta parte de la investigación se hace un estudio de la estabilidad política derivada de distintos acuerdos durante el ejercicio de la LXII y la LXIV Legislatura de la CdD, usando para ello la teoría ya desarrollada y datos de la Gaceta Parlamentaria de México.

Estudio de la LXII CdD

En este subapartado se estudian diferentes juegos políticos durante la legislación de la LXII CdD. Se analiza la forma en que se votaron algunos acuerdos importantes (Reformas Estructurales más Presupuestos de Egresos) en el periodo 2012-2015.

En el análisis de cada juego político se desarrolla un JD, el cual da como resultado un cierto grado de estabilidad política de la estructura de coalición inicial. Tal JD se hace en dos fases: 1) *Primera fase*, en la que se estudia el papel del ausentismo tanto a favor como en contra, dejando de lado el abstencionismo; 2) *Segunda fase*, en la que se analiza el papel del abstencionismo quitando al conjunto ausente.¹⁰ Enseguida, se hacen algunas consideraciones generales para la primera y segunda fase.

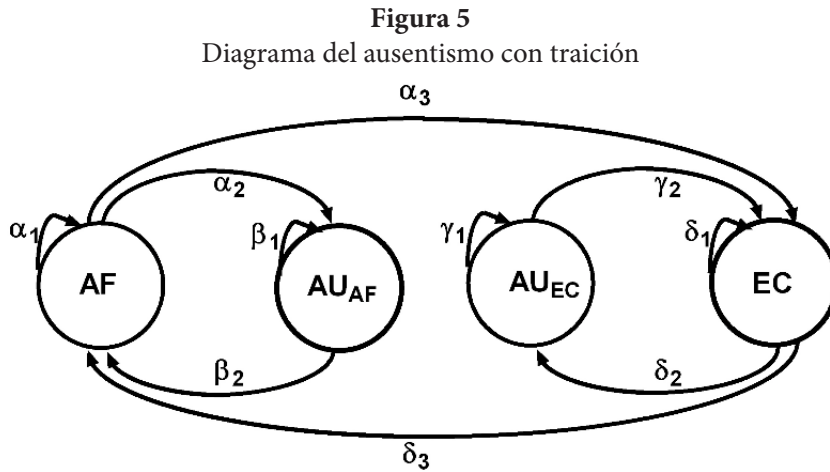
Acerca de la primera fase: en un inicio, se considera el diagrama de ausentismo mostrado en la Figura 4, donde las cardinalidades de AF , AU_{AF} , AU_{EC} y EC son representadas por af , au_{af} , au_{ec} y ec , respectivamente.



Fuente: elaboración propia.

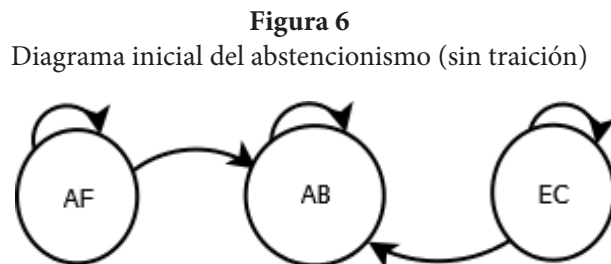
¹⁰ Como se verá más adelante, esta etapa engloba de alguna manera a la primera.

Por otra parte, recurriendo al concepto de traición intercoalicional (definición 9) se puede obtener un diagrama más general de ausentismo, el cual es mostrado en la Figura 5. La manera en cómo se toma el ausentismo, ausentismo en contra o ausentismo a favor, así como la forma final del diagrama de la Figura 5, se decidirá con base en los datos recabados en cada juego político a analizar.



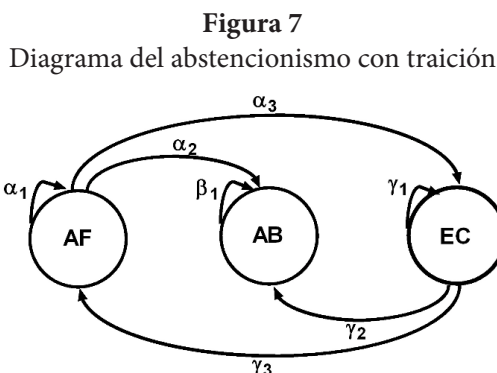
Fuente: elaboración propia.

Acerca de la segunda fase: en principio, para esta fase se considera el diagrama de la Figura 6, donde AB representa al conjunto en abstención y ab su cardinalidad. Ahora, en los valores de af , ab y ec está implícitamente considerado el valor de au .



Fuente: elaboración propia.

Al incorporar el concepto de traición intercoalicional, se obtiene el diagrama más general de abstencionismo presentado en la Figura 7; la forma de aquel dependerá de lo que sucede en la práctica en la votación de los diferentes acuerdos de cada uno de los juegos políticos a discutir.



Fuente: elaboración propia.

Con respecto a la traición coalicional, con el Pacto por México (en adelante pPm) se esperaba que PRI, PAN y PRD votaran a favor de la mayoría de los acuerdos propuestos por el ejecutivo o por el partido en el poder (PRI). Como se vio en la sección anterior, en algunos JMPGs se puede dar el caso de estar ante una traición coalicional y en el caso de un juego político ante una traición interbancada, lo cual sucede, *grosso modo*, cuando parte de alguna bancada vota por una opción contraria a la que se esperaría. Para el desarrollo de cada uno de los juegos políticos aquí presentados se incorpora este concepto de traición.

Por lo anterior, con base en la forma de voto esperada después del pPm y tomando en cuenta la traición coalicional en cada una de las bancadas —centro (C), derecha (D), centroizquierda o izquierda-centro (IC)¹¹ e izquierda (I)—, considerando un influyentismo del PRI sobre los demás partidos del centro y con la siguiente correspondencia entre parámetros y subcoaliciones $\alpha \sim C$, $\beta \sim D$, $\gamma \sim IC$ y $\delta \sim I$, se tienen en principio los siguientes Sistemas de Ecuaciones en Diferencias (SEDs):

Sistema del ausentismo:

$$\begin{aligned}
 AF &= \alpha_{AF}C + \beta_{AF}D + \gamma_{AF}IC + \delta_{AF}I \\
 AU_{AF} &= \alpha_{AU}C + \beta_{AU}D + \gamma_{AU}IC + \delta_{AU}I \\
 AU_{EC} &= \delta_{AU}I \\
 EC &= \alpha_{EC}C + \beta_{EC}D + \gamma_{EC}IC + \delta_{EC}I. \quad (1)
 \end{aligned}$$

Sistema del abstencionismo:

¹¹ En este caso formada por el PRD.

$$\begin{aligned}AF &= \alpha_{AF}C + \beta_{AF}D + \gamma_{AF}IC + \delta_{AF}I \\EC &= \alpha_{EC}C + \beta_{EC}D + \gamma_{EC}IC + \delta_{EC}I \\AB &= \alpha_{AB}C + \beta_{AB}D + \gamma_{AB}IC + \delta_{AB}I.\end{aligned}\quad (2)$$

En cada sistema se cumple que $\sum_J p_J = 1$ para $p = \alpha, \beta, \gamma, \delta$ y algunas $J = AF, EC, AB, AU_{EC}, AU_{AF}$.

Las consideraciones anteriores son retomadas en cada uno de los juegos políticos siguientes.

Análisis de votación de Reformas Estructurales y Presupuestos de Egresos 2013-2015

Este análisis se hace con base en datos reales en la aprobación de las principales reformas estructurales durante la gestión de la LXII cdd. También se toma en cuenta la votación de los presupuestos de egresos para los años 2013-2015 por la importancia que tiene el gasto público para poder cumplir con los objetivos y funciones del gobierno en turno. Lo anterior dio lugar a un análisis general de la conducta que adoptaron cada una de las fuerzas políticas en la aprobación de los principales acuerdos durante las funciones de la LXII cdd.¹²

En específico, se usa información recopilada de la Gaceta Parlamentaria de la LXII cdd y de la teoría de la sección anterior para analizar la votación en la LXII cdd de las principales reformas estructurales aprobadas después de la firma del ppm (llevada a cabo el 2 de diciembre de 2012), a excepción de la Reforma Laboral, aprobada también por la LXII cdd en septiembre del mismo año. También se incluye la votación del presupuesto de egresos para los años 2013-2015 para la evaluación general de la legislatura antes mencionada.

Juegos en Diferencias (JDs)

Primera fase de estabilidad: ausentismo

Según las votaciones de las Reformas Laboral, Educativa, Financiera, Hacendaria, Política y Energética y de la votación del Presupuesto de Egreso para 2013, 2014 y 2015, se presenta de forma resumida el Cuadro 1 del Anexo, que expone algunos de los datos y parámetros calculados. Al pie del cuadro se explican algunos de sus componentes. Son pertinentes las siguientes aclaraciones sobre algunos resultados obtenidos desde esta parte del estudio:¹³

¹² En general, cada juego político aquí analizado va a dar una visión de la conducta de los jugadores y con ello se pueden hacer diversos escenarios para la votación de nuevas leyes.

¹³ Cabe mencionar que la parte medular del trabajo es en sí la propuesta de los modelos que reflejan la estabilidad o inestabilidad política derivada de la forma en que se votan ciertos acuerdos por determinados actores, en este caso políticos.

1. El centro, liderado por el PRI, se mantuvo unido para votar a favor de los acuerdos antes mencionados (más de 95 % de las veces), reflejando la importancia de tener aliados. Existió gran apoyo por parte de la derecha para votar a favor de dichos acuerdos (poco más de 82 % de las veces), a excepción de la votación de la Reforma Hacendaria. El centro-izquierda (PRD) se dividió en la votación, ligeramente recargada a favor de los acuerdos. Por último, hubo poco apoyo de la izquierda para votar a favor (lo normal, al ser la oposición).
2. Respecto al ausentismo, en promedio y en términos absolutos, éste es mayor en el centro que en las demás coaliciones (con un promedio de 10.67 votos recordar que el ausentismo juega a favor de la coalición ganadora). En términos relativos, respecto al tamaño de su propia bancada, se observó un mayor ausentismo por parte de la izquierda (13.5 % de ausentismo en promedio). Donde más hubo ausentismo por parte del centro fue en la votación de la Reforma Educativa y la Reforma Financiera; esto mismo pasó con el PAN. El PRD tuvo mayor grado de ausentismo en la votación de la Reforma Educativa y por parte de la izquierda (MC+PT) sucedió en la Reforma Política.
3. Conforme al influentismo entre las coaliciones, se observó un gran influentismo del PRI sobre su bancada al haber nula traición política, no así en las otras bancadas.
4. En lo que tiene que ver a la traición política, hubo un grado considerable de traición política por parte del PRD hacia su propio partido (36.2 % votó en contra, cuando se pensaría debía votar a favor derivado del Pacto por México). La relativa traición política entre la bancada de la izquierda, tuvo participación en algunos acuerdos propuestos por la coalición en el poder liderada por el PRI, sobre todo en la Reforma Educativa y en la votación del presupuesto de egreso 2013.

Luego, teniendo en cuenta los datos del Cuadro 1 y las consideraciones generales ya señaladas, se obtuvieron las siguientes condiciones iniciales:

$$af_0 = 394; ec_0 = 71; au_{AF0} = 25; au_{EC0} = 4; N_0 = 494.$$

Los coeficientes de transición del diagrama de la Figura 5, se calculan a partir del promedio de algunos coeficientes de la última columna del Cuadro 1 de la manera siguiente:

$$\alpha_j = prom(\alpha_j, \beta_j, \gamma_j), \quad j = 1 \sim J = AF, \quad j = 2 \sim J = AU, \quad j = 3 \sim J = EC, \\ \delta_1 = \delta_{EC}, \quad \delta_2 = \delta_{AU}, \quad \delta_3 = \delta_{AF};$$

donde cada parámetro p_j es de la forma $p_j = prom(p_{jk})_{k=1}^{np}$, con $p_{jk} = \frac{j}{n_j} = \frac{|j|}{|N_j|}$ para cada parámetro $p = \alpha, \beta, \gamma, \delta$ y para cada coalición $J = AF, AU, EC$ y donde np es el número de propuestas a votar y k es la k -ésima propuesta.

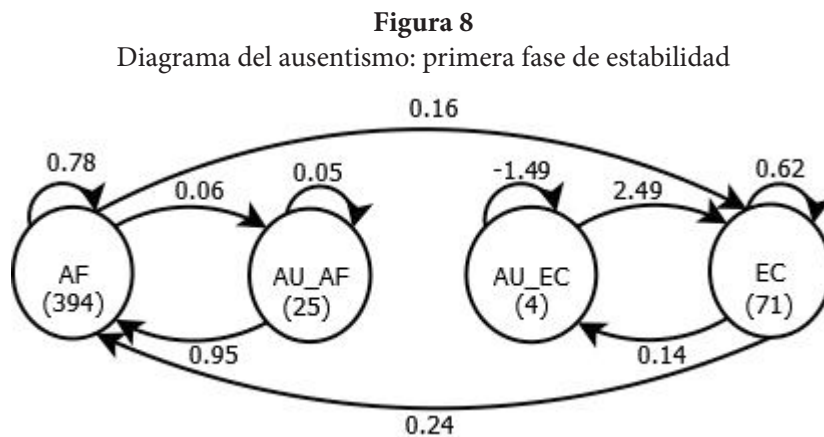
Para los coeficientes β_i y γ_i , a falta de información, se hizo la suposición de que el número de ausentes (tanto a favor como en contra) se mantenga en el primer periodo del JD, es decir que se cumpla lo siguiente: $au_{AF1} = au_{AF0}$ y que $au_{EC1} = au_{EC0}$. Así, partiendo del diagrama de la Figura 5, para el primer periodo se deben cumplir las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} au_{AF1} &= \alpha_2 af_0 + \beta_1 au_{AF0}, \\ au_{EC1} &= \delta_2 ec_0 + \gamma_1 au_{EC0}. \end{aligned}$$

Ello implica lo siguiente:¹⁴

$$\begin{aligned} \beta_1 &= \frac{au_{AF1} - \alpha_2 af_0}{au_{AF0}} = \frac{25 - 0.06(394)}{25} = 0.05 \quad \therefore \beta_2 = 0.95. \\ \gamma_1 &= \frac{au_{EC1} - \delta_2 ec_0}{au_{EC0}} = \frac{4 - 0.14(71)}{4} = -1.49 \quad \therefore \gamma_2 = 2.49. \end{aligned}$$

Así, con los coeficientes arriba señalados se tiene el diagrama del ausentismo presentado en la Figura 8 (primera fase de estabilidad).



Fuente: elaboración propia.

Siguiendo el diagrama de la Figura 8 se tiene el siguiente sistema del JD redefinido por ausentismo:

¹⁴ Todos los coeficientes se redondean a decimales. En todos los casos se cumple que la suma de los coeficientes partiendo de un conjunto en particular es igual a la unidad. En adelante ya no se hace esta aclaración.

$$\begin{aligned} af_{t+1} &= 0.78af_t + 0.95au_{AFt} + 0.24ec_t \\ au_{AFt+1} &= 0.06af_t + 0.05au_{AFt} \\ au_{ECt+1} &= 0.14ec_t - 1.49au_{ECt} \\ ec_{t+1} &= 0.16af_t + 0.62ec_t + 2.49au_{ECt}, t = 1, 2, \dots, \quad (3) \end{aligned}$$

con condición inicial $\pi_0 = (af_0, au_{AF0}, au_{EC0}, ec_0) = (394, 25, 4, 71)$ y $N_0 = 494$.

El umbral crítico en este caso se toma de acuerdo a la definición 13 donde en este caso hay un total de 9 acuerdos trascendentes aprobados por la LXII CdD y, por tanto, $p^* = 9$. Para los demás JDS el umbral crítico se toma de manera similar, es decir, donde p^* depende del número de propuestas aprobadas.

Siguiendo la definición 17, acerca de la solución para un JD redefinido por ausentismo, usando el algoritmo de Putzer y programando todo ello en Scilab se obtuvo que el número de periodos consecutivos en los que la coalición AF es ganadora en este JD es de $p = 2$ y que entonces su índice de estabilidad política (ver la definición 20) es $\epsilon_{EP} = 0.\bar{2}$. Lo anterior se traduce, según la definición 21, que este JD redefinido por ausentismo particular es inestable. Esto significa que bajo las condiciones iniciales ya señaladas del JD, como la distribución inicial de los diputados y partidos y los parámetros de transición ya presentados, de continuar así se esperaría un escenario inestable futuro. Esto se traduciría en una baja productividad en la legislación de acuerdos futuros como leyes secundarias o incluso nuevas leyes.¹⁵

Segunda fase de estabilidad: abstencionismo

Para esta segunda fase se toma en cuenta el abstencionismo dentro del juego político en el que se estudia de manera general a la LXII CdD. Sin embargo, para fines prácticos, el ausentismo es también considerado en el sentido que se descuenta del total al conjunto de jugadores ausentes, aunque aquí ya no se hace el estudio de la dinámica entre jugadores ausentes. Lo anterior se sigue para los demás casos de estudio.

Así, con base en la votación de las Reformas Estructurales antes especificadas y de la aprobación de presupuestos para los años 2013-2015, se obtuvo el Cuadro 2 del Anexo para esta segunda fase. Enseguida se presentan algunos resultados obtenidos:

1. En general, dado que en este juego se quitan a los diputados ausentes, los porcentajes de participación a favor y en contra aumentan un poco respecto al juego anterior, aunque las cantidades son análogas.
2. Respecto al abstencionismo en la votación de los acuerdos, el promedio de éste es menor, al grado de ser casi inexistente en el centro;¹⁶ en las demás coaliciones el

¹⁵ En los siguientes casos se omite esta aclaración.

¹⁶ Cabe recordar que se demostró que el abstencionismo juega en contra de la coalición en el poder, considerada como ganadora.

abstencionismo es mayor. La derecha fue la que más apoyó vía abstencionismo en términos relativos, aunque fue mínimo, sólo por debajo de la coalición del mismo centro.

- En lo que corresponde a la traición política y de ahí un menor grado de influen-tismo de un partido sobre su coalición o sobre sí mismo, ésta también fue análoga al juego anterior; fue más notable en las coaliciones de izquierda (con 38.5 % para la centro-izquierda y 25.2 % para la izquierda).

Luego, con la información del cuadro 2 se obtuvieron las siguientes condiciones iniciales:

$$af_0 = 394; ab_0 = 6; ec_0 = 71; N_0 = 471.$$

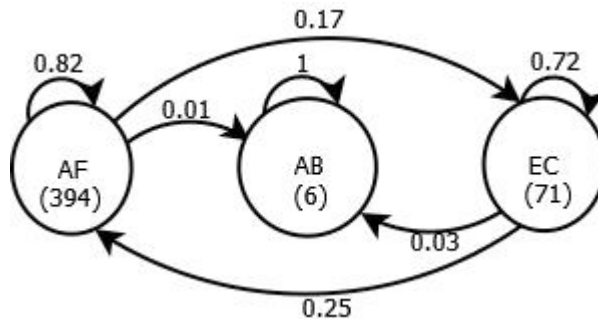
Los coeficientes de transición del diagrama de la Figura 7 se calculan a partir del promedio de algunos coeficientes de la última columna del cuadro 2, de esta manera:

$$\alpha_j = \text{prom}(\alpha_j, \beta_j, \gamma_j), \quad j = 1 \sim J = AF, \quad j = 2 \sim J = AB, \quad j = 3 \sim J = EC, \\ \beta_1 = 1; \gamma_1 = \delta_{EC}, \quad \gamma_2 = \delta_{AB}, \quad \gamma_3 = \delta_{AF};$$

donde $p_j = \text{prom}(p_{jk})_{k=1}^{np}$, con $p_{jk} = \frac{j}{n_j} = \frac{|j|}{|N_j|}$ para cada parámetro $p = \alpha, \beta, \gamma, \delta$ y para cada coalición $J = AF, AB, EC$, con np el número de propuestas a votar y k la k -ésima propuesta. Luego, con estos coeficientes y con base en las transiciones del diagrama de la Figura 7, se tiene el diagrama del abstencionismo presentado en la Figura 9.

Figura 9

Diagrama del abstencionismo: segunda fase de estabilidad



Fuente: elaboración propia.

Lo anterior da origen al siguiente sistema del JD redefinido por abstencionismo:

$$\begin{aligned} af_{t+1} &= 0.82af_t + 0.25ec_t \\ ab_{t+1} &= 0.01af_t + 0.03ec_t + ab_t \\ ec_{t+1} &= 0.17af_t + 0.72ec_t, \quad t = 1, 2, \dots, \end{aligned} \quad (4)$$

con condición inicial $\pi_0 = (af_0, ab_0, ec_0) = (394, 6, 71)$ y $n_0 = 471$. Al igual que antes, se tiene que $p^* = 9$.

Observación: si se suma ambos lados del sistema (4) se tiene que

$$n_t = af_t + ab_t + ec_t = af_{t-1} + ec_{t-1} + ab_{t-1} = n_{t-1},$$

es decir, el número de jugadores individuales totales se mantiene en el tiempo; más aún $n_t = n_0 = 471, \forall t$. Lo que sí va a cambiar es la composición de AF, AB y EC. Se puede hacer esta misma observación para el sistema (3) y comprobar que N_t se mantiene constante a lo largo del tiempo.

Así, de acuerdo a la definición 19 y con un código propio de Scilab, se obtuvo que el número de periodos consecutivos en los que la coalición AF es ganadora en este JD es de $p = 1$ y, por tanto, que su índice de estabilidad política (según definición 20) es $\epsilon_{EP} = 0.\bar{1}$. Lo anterior significa, según este JD redefinido por abstencionismo particular y siguiendo la definición 21, que el juego es inestable.

Estudio de la LXIV cdd

En esta sección se analizan a partir del JD dos posibles escenarios que se pueden dar en la legislación de la LXIV cdd: uno “no cooperativo” y uno “cooperativo”. En el primero se supone una combinación entre un alto grado de traición en la coalición encabezada por MORENA y una participación a la baja en la aprobación de las propuestas de ese partido por parte de las coaliciones opositoras. Por otra parte, en el segundo se supone un buen nivel de “convencimiento” por parte de MORENA y por tanto una participación creciente para que nuevos acuerdos (nuevas reformas o alteraciones a las ya existentes) sean aprobados. Para ambos casos, se usa información de la Gaceta Parlamentaria y donde las coaliciones formadas dentro del congreso siguen en su mayoría a la composición dentro de la elección presidencial del 2018.

Para llevar a cabo lo anterior, en cada escenario del juego político se toman en cuenta algunas suposiciones sobre los conjuntos que conforman los estados del JD (conjuntos a favor, en contra, ausente y abstinerente), así como el uso de algunos de los parámetros hallados en los juegos políticos ya estudiados. Se hacen las precisiones particulares en cada caso estudiado.

Para los escenarios aquí discutidos se retoman las consideraciones presentadas en el caso de estudio anterior, donde ahora la bancada de MORENA y aliados funge como fuerza principal y el PAN tiene el papel de ser la primera fuerza opositora.

Con respecto a la traición coalicional, cabe mencionar el papel que tendría MORENA para lograr convencer (o no) al PRI y/o al PAN (ambos con sus aliados) para que voten a favor (o no) de los nuevos acuerdos propuestos por el ejecutivo o por este mismo partido. Los cambios que se esperan para esta legislatura (y que ya se están viendo) con respecto a la LXII cdd son los siguientes: se espera que el papel que antes hacía el centro (el PRI y sus aliados) ahora lo haga MORENA mediante la coalición presidencial “Juntos Haremos Historia” (JHH

en adelante), conformada por la coalición MORENA-PT-PES;¹⁷ que el desempeño del PAN sea el mismo que en esa legislatura (la mayoría de veces oposición); que los aliados de izquierda del PAN en la coalición presidencial “Por México al Frente” (PMF en lo que sigue), formada por este partido más el PRD y el MC, sean quienes hagan el papel que hacía la coalición IC en la antepasada legislatura (pues se espera que la coalición PRD-MC apoyen en varias ocasiones a MORENA), y finalmente que parte de la coalición presidencial “Juntos por México”, que incluyó en su momento a la coalición PRI-PVEM-PANAL, conforme un bloque de centro junto al Grupo Independiente (IND) al que se le llamará en adelante la coalición JMI, que se supone fungirá también como oposición en el ejercicio de la LXIV cdd.

Así, tomando en cuenta lo antes dicho, se espera la formación de las siguientes bancadas: la formada por MORENA-PT-PES (JHH), la conformada por la parte derechista de la coalición PMF, el PAN (PMFD en adelante), la compuesta por la parte izquierdista de la coalición PMF, PRD-MC (PMFI en adelante) y la establecida por PRI-PVEM-IND (JMI). Así, tomando en cuenta el concepto de traición coalicional, se hace la siguiente correspondencia entre parámetros y subcoaliciones: $\alpha \sim JHHI$, $\beta \sim PMFD$, $\gamma \sim PMFI$, $\delta \sim JMI$. Se tienen como resultado los siguientes SEDS iniciales:

Sistema del ausentismo:

$$\begin{aligned} AF &= \alpha_{AF}JHH + \beta_{AF}PMFD + \gamma_{AF}PMFI + \delta_{AF}JMI \\ AU_{AF} &= \alpha_{AU}JHH + \beta_{AU}PMFD + \gamma_{AU}PMFI + \delta_{AU}JMI \\ AU_{EC} &= \delta_{AU}JMI \\ EC &= \alpha_{EC}JHH + \beta_{EC}PMFD + \gamma_{EC}PMFI + \delta_{EC}JMI. \end{aligned} \quad (7)$$

Sistema del abstencionismo:

$$\begin{aligned} AF &= \alpha_{AF}JHH + \beta_{AF}PMFD + \gamma_{AF}PMFI + \delta_{AF}JMI \\ EC &= \alpha_{EC}JHH + \beta_{EC}PMFD + \gamma_{EC}PMFI + \delta_{EC}JMI \\ AB &= \alpha_{AB}JHH + \beta_{AB}PMFD + \gamma_{AB}PMFI + \delta_{AB}JMI. \end{aligned} \quad (8)$$

Para estos sistemas se cumple que $\sum_J p_J = 1$ para $p = \alpha, \beta, \gamma, \delta$ y algunas $J = AF, EC, AB, AU_{EC}, AU_{AF}$, donde AF, EC, AB, AU representa el conjunto a favor, en contra, abstinentes y ausente, respectivamente.

Análisis de votación de nuevas propuestas (escenario no cooperativo)

En este análisis se considera que, aunque el JD comienza con una buena cantidad de votos a favor, se tienen altas tasas de retorno por parte de la oposición (de la coalición JMI) y por parte de la “izquierda derechista” (la coalición PMFI), es decir, donde no se logra convencer a estas coaliciones de seguir votando a favor de los nuevos acuerdos. También se

¹⁷ El Partido Encuentro Social (PES) se fundó el 30 de octubre del 2006; después de las elecciones presidenciales del 2018 este partido perdería su registro, pero gozaría de curules en la LXIV Legislatura.

considera que parte de la coalición en el poder (coalición JHH) recurre a la traición (específicamente parte del PES).

En un escenario como éste, se pretende demostrar que ante estas circunstancias el JD deriva en un índice de estabilidad muy bajo, lo que se traduciría como la incapacidad de negociar los nuevos acuerdos por parte del partido gobernante (MORENA).

Para realizar lo anterior se hacen algunas suposiciones más sobre las tasas de transición (mismas que se presentan en cada caso particular), además de los datos recabados en la Gaceta Parlamentaria con respecto a la estructura de la LXIV CdD para definir la condición inicial del sistema en diferencias utilizado en el respectivo JD.

Juegos en Diferencias (JDs)

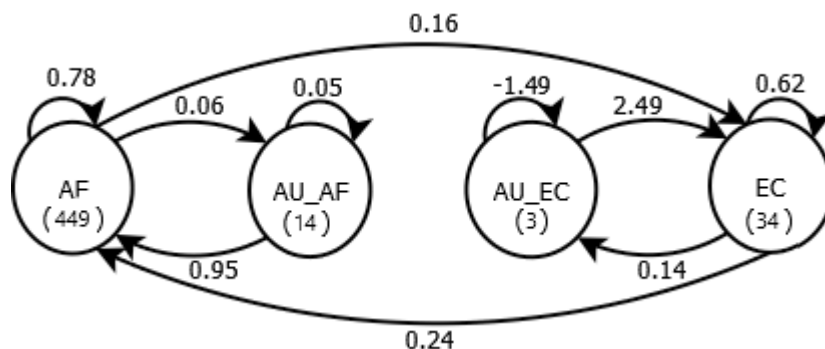
Primera fase de estabilidad: ausentismo

Tomando en cuenta la estructura de la LXIV CdD que proporciona la Gaceta Parlamentaria y siguiendo las consideraciones generales en un inicio señaladas, se propusieron las siguientes condiciones iniciales del JD redefinido por ausentismo:¹⁸

$$af_0 = 449; ec_0 = 34; au_{AF0} = 14; au_{ECO} = 3; N_0 = 500.$$

Usando los coeficientes de transición del diagrama de la Figura 8 y las condiciones iniciales antes señaladas, se tiene el diagrama del ausentismo presentado en la Figura 10 (primera fase de estabilidad).

Figura 10
 Diagrama del ausentismo: primera fase de estabilidad



Fuente: elaboración propia.

¹⁸ Estas condiciones iniciales son propuestas con base en una de las formas en que pueden votar las diferentes fuerzas políticas debido a las coaliciones formadas en las elecciones presidenciales del 2018.

El diagrama de la Figura 10 da lugar al siguiente sistema del JD redefinido por ausentismo:

$$\begin{aligned} af_{t+1} &= 0.78af_t + 0.95au_{AFt} + 0.24ec_t \\ au_{AF\ t+1} &= 0.06af_t + 0.05au_{AFt} \\ au_{EC\ t+1} &= 0.14ec_t - 1.49au_{ECt} \\ ec_{t+1} &= 0.16af_t + 0.62ec_t + 2.49au_{ECt}, \quad t = 1, 2, \dots, \quad (9) \end{aligned}$$

cuya condición inicial es $\pi_0 = (af_0, au_{AF0}, au_{EC0}, ec_0) = (449, 14, 3, 34)$ y $N_0 = 500$.

El umbral crítico p^* (ver definición 13) se retoma del primer caso de estudio de la LXII CdD (reformas estructurales) ya que en general importa el total de acuerdos trascendentes que se puedan aprobar (modificar) durante la LXIV Legislatura. Así, se considera a $p^* = 9$.

Usando la definición 17, el algoritmo de Putzer y con ayuda de Scilab se encontró que el número de periodos consecutivos en los que la coalición *AF* es ganadora en este JD es de $p = 2$. Lo anterior trae como consecuencia un índice de estabilidad política igual a $\epsilon_{EP} = 0.\bar{2}$ (siguiendo la definición 19). Tomando en cuenta la definición 20, dicho nivel de estabilidad política conlleva a que el JD sea inestable.

Segunda fase de estabilidad: abstencionismo

Procediendo de manera análoga a la primera parte de este escenario, se consideró para este JD redefinido por abstencionismo las siguientes condiciones iniciales (relacionadas con las condiciones iniciales de la primera fase):

$$af_0 = 449; ab_0 = 6; ec_0 = 34; N_0 = 489.$$

Considerando los coeficientes de transición del diagrama de la Figura 9, así como las condiciones iniciales antes descritas, se presenta en la Figura 11 al diagrama de la segunda fase de estabilidad con base al abstencionismo (y ausentismo).¹⁹

Dicho diagrama representa al siguiente sistema del presente JD:

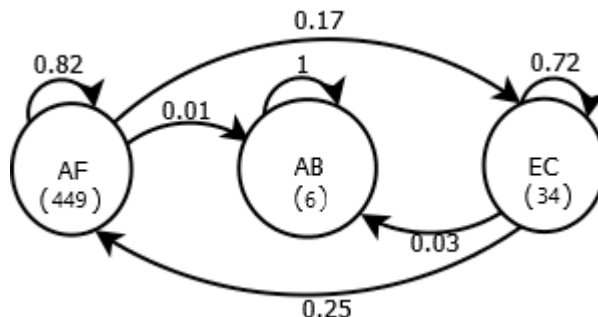
$$\begin{aligned} af_{t+1} &= 0.82af_t + 0.25ec_t \\ ab_{t+1} &= 0.01af_t + 0.03ec_t + ab_t \\ ec_{t+1} &= 0.17af_t + 0.72ec_t, \quad t = 1, 2, \dots, \quad (10) \end{aligned}$$

con $\pi_0 = (af_0, ab_0, ec_0) = (449, 6, 34)$ y $n_0 = 489$.

Seguendo la definición 18 y con ayuda de Scilab se obtuvo para este JD que el número de periodos consecutivos en los que la coalición *AF* es ganadora también es $p = 2$ y que, por tanto (tomando en cuenta que $p^* = 9$), se tiene un índice de estabilidad política igual a $\epsilon_{EP} = 0.\bar{2}$. Lo anterior se traduce en que este JD redefinido por abstencionismo es inestable.

¹⁹ No debe olvidarse que en este juego también se toma en cuenta el ausentismo, en el sentido en que se descuenta del conjunto total a los jugadores individuales ausentes.

Figura 11
 Diagrama del abstencionismo: segunda fase de estabilidad



Fuente: elaboración propia.

Análisis de votación de nuevas propuestas (escenario cooperativo)

Para este último análisis se toma en cuenta que dentro del JD existen tasas bajas de retorno por parte de las coaliciones JMI y PMFI y que en su lugar existe traición coalicional en favor de la coalición a la que pertenece el partido gobernante (de la coalición JHH), es decir, ahora sí se logra convencer a estas coaliciones de votar a favor de las nuevas propuestas. Aunado a esto, se considera que la coalición JHH permanece unida a lo largo de la votación de los acuerdos con probabilidad cercana a la unidad. La manera en que se procede es la misma que se describió en el apartado anterior.

Juegos en Diferencias (JDs)

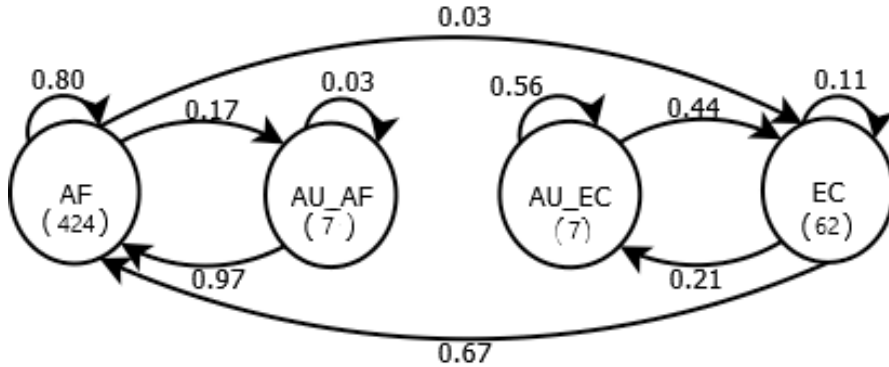
Primera fase de estabilidad: ausentismo

Con la ayuda de los datos obtenidos de la Gaceta Parlamentaria acerca de la composición de la LXIV CdD y tomando en cuenta las consideraciones generales desde un inicio de esta sección, se obtuvieron para este JD las siguientes condiciones iniciales (la deducción fue parecida que en los casos anteriores):

$$af_0 = 424; ec_0 = 62; au_{AF0} = 7; au_{EC0} = 7; N_0 = 500.$$

Calculando otros coeficientes de transición de manera análoga a los obtenidos en el diagrama de la Figura 8, en conjunto con las condiciones iniciales antes descritas, se puede obtener el diagrama del ausentismo presentado en la Figura 12.

Figura 12
 Diagrama del ausentismo: primera fase de estabilidad



Fuente: elaboración propia.

El diagrama de la Figura 12 da origen al siguiente sistema del JD:

$$\begin{aligned}
 af_{t+1} &= 0.80af_t + 0.97au_{AFt} + 0.67ec_t \\
 au_{AFt+1} &= 0.17af_t + 0.03au_{AFt} \\
 au_{ECt+1} &= 0.22ec_t + 0.56au_{ECt} \\
 ec_{t+1} &= 0.03af_t + 0.11ec_t + 0.44au_{ECt}, \quad t = 1, 2, \dots, \quad (11)
 \end{aligned}$$

con condición inicial $\pi_0 = (af_0, au_{AF0}, au_{EC0}, ec_0) = (424, 7, 7, 62)$ y con $N_0 = 500$.

El umbral crítico a considerar es el mismo que se consideró en los JDS anteriores, es decir, se considera a $p^* = 9$. Se encontró para este caso que el número de periodos consecutivos en los que la coalición AF es ganadora es de al menos $p = 1000$. Ello indica que el índice de estabilidad política es $\epsilon_{EP} = 1$. De acuerdo a la definición 21, con este nivel de estabilidad política se obtiene un JD estable fuerte.

Segunda fase de estabilidad: abstencionismo

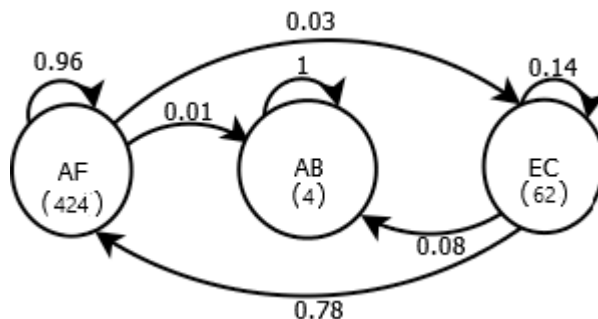
Procediendo como en el primer apartado de este escenario, se obtuvieron para el JD redefinido por abstencionismo las siguientes condiciones iniciales (relacionadas con la primera fase correspondiente):

$$af_0 = 424; ab_0 = 4; ec_0 = 62; N_0 = 490.$$

Con coeficientes de transición análogos a los del diagrama de la Figura 9, junto con las condiciones iniciales antes presentadas, se obtiene el diagrama de la segunda fase de semiestabilidad de la Figura 13.

Figura 13

Diagrama del abstencionismo: segunda fase de estabilidad



Fuente: elaboración propia.

El diagrama representado en la Figura 13 origina el siguiente sistema del JD:

$$\begin{aligned}
 af_{t+1} &= 0.96af_t + 0.78ec_t \\
 ab_{t+1} &= 0.01af_t + 0.08ec_t + ab_t \\
 ec_{t+1} &= 0.03af_t + 0.14ec_t, \quad t = 1, 2, \dots, \quad (12)
 \end{aligned}$$

con $\pi_0 = (af_0, ab_0, ec_0) = (424, 4, 62)$ y $n_0 = 490$.

En este JD se obtuvo que el número de periodos consecutivos en los que la coalición *AF* es ganadora es $p = 28$ y que en consecuencia (con $p^* = 9$) el índice de estabilidad política es $\epsilon_{EP} = 1$. Con lo anterior, se tiene un JD redefinido por abstencionismo estable fuerte.

Conclusiones

La presente investigación permitió estudiar la estabilidad política en dos de las recientes legislaturas mexicanas, en específico las Cámaras de Diputados (CdD), usando modelos matemáticos que incluyeron tópicos especiales de teoría de juegos para su desarrollo. Estos modelos (juegos dinámicos) se presentan como una nueva forma de medir la estabilidad política futura en una determinada legislatura.

La teoría aquí desarrollada permite abordar el problema de investigación planteado, al tiempo que se presenta como una contribución a la Nueva Economía Política (NEP), en específico en el área de la teoría espacial del voto y de la teoría de juegos. Tales definiciones, proposiciones y resultados pueden expandirse tanto en la ciencia política como en la económica, y donde los jugadores pueden ser entes políticos, como los aquí estudiados, o económicos, como empresas o coaliciones económicas de países.

En los casos de estudio analizados, se pudo comprobar que el ausentismo, el abstencionismo, la traición política y el influyentismo entre partidos y coaliciones pueden definir la aprobación de los acuerdos. Bajo ciertas condiciones, el ausentismo favorece a la coalición ganadora, el abstencionismo la perjudica y el papel de la traición depende del lado en que se origine (de la coalición ganadora en el poder o de la oposición). Diferente a la forma activa de votar a favor o en contra de los diferentes acuerdos, el ausentismo y el abstencionismo se vieron como una forma pasiva de participar en los diferentes juegos políticos.

Los resultados expuestos corresponden a casos específicos de estudio usando para ello toda la teoría desarrollada, los datos encontrados en la Gaceta Parlamentaria (cuando ello aplica) y simulaciones en Scilab. Se observó que durante la LXII Legislatura, el PRI y sus aliados no hubieran podido gozar de estabilidad política dentro de la CDD si se hubieran seguido las condiciones iniciales derivadas de la discusión de las reformas estructurales y de los presupuestos de egreso 2013-2015. Por otra parte, para la LXIV Legislatura, con MORENA y sus aliados, se prevé una buena estabilidad política si dicha coalición logra una cooperación adecuada consigo misma y con los demás partidos.

Con este tipo de trabajos se visualiza la importancia que tienen los métodos cuantitativos dentro de la ciencia política. El carácter objetivo que emana del índice de estabilidad política derivado de los juegos desarrollados permite ver de una manera compacta la dinámica que siguen los partidos y coaliciones, cuyos agentes individuales son los diputados, que en conjunto pueden originar conductas en principio complejas de estudiar. La importancia de la matematización de este tipo de tópicos es que con esta teoría y la ayuda de simulaciones se pueden obtener múltiples formas de ganar los juegos políticos y evitar así que se estanquen los acuerdos, lo que resulte en el incumplimiento de compromisos de campaña, generando descontento social e incertidumbre en algunas variables económicas.

Finalmente, en los alcances de esta investigación, en cuanto al número de legislaturas analizadas y al número de casos de estudio presentados, queda la agenda futura de la misma. Se pueden usar esta teoría y los códigos desarrollados en Scilab para presentar diferentes escenarios de estabilidad política de legislaturas futuras, no sólo de México sino de cualquier país donde exista un sistema de votación parecido al mexicano.

Sobre el autor

JOSÉ LEONEL LARIOS FERRER es doctor en Ciencias Económicas; se desempeña como profesor de tiempo completo de la Universidad Politécnica de la Energía; líder de la línea Productividad y Competitividad Empresarial de la Red Nacional de Universidades Tecnológicas y Politécnicas de México. Sus líneas de investigación son: la teoría de juegos, la investigación de operaciones logísticas, estudios de logística inversa, microeconomía y econometría. Entre sus publicaciones más recientes se encuentra: (con Roberto Ávila Pozos y Ricardo Cruz Castillo) “Proyección de la población adulta diabética en el Estado de Hidalgo” (2015) en Lucía Cervantes Gómez, *Modelización matemática: Principios y aplicaciones*. Puebla: Fomento Editorial de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.

Referencias bibliográficas

- Alonso Meijide, José María y María Gloria Fiestras-Janeiro (2002) “Modification of the Banzhaf value for games with a coalition structure” *Annals of Operations Research*, 109: 213-227. DOI: <https://doi.org/10.1023/A:1016356303622>
- Amer, Rafael; Carreras, Francesc y Antonio Magaña (2003) “Juegos simples e índice de poder de Shapley-Subik” *Revista de Estudios Políticos (Nueva Época)* (121) [en línea]. Disponible en: <<https://recyt.fecyt.es/index.php/RevEsPol/article/view/46080>> [Consultado el 10 de agosto de 2018].
- Aumann, Robert John y Jacques Dreze (1974) “Cooperative games with coalition structures” *International Journal of Game Theory*, 3: 217-237. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF01766876>
- Banzhaf, John Francis (1965) “Weighted voting doesn’t work: a mathematical analysis” *Rutgers Law Review*, 19(2): 317-343.
- Benton, Allison Lucinda (2007) “The strategic struggle for patronage: political careers, state largesse and factionalism in Latin America” *Journal of Theoretical Politics*, 19(1): 55-82. DOI: <https://doi.org/10.1177/0951629807071019>
- Black, Duncan (1958) *The theory of committees and elections*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Bonilla Meléndez, Claudio Andres (2004) “A model of political competition in the underlying space of ideology” *Public Choice-Springer*, 121(1): 51-67. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11127-004-6157-y>
- Bonilla Meléndez, Claudio Andrés y Leonardo Adalberto Gatica Arreola (2005) “Economía Política Neoclásica y la América Latina: una mirada a la bibliografía” *El Trimestre Económico FCE*, 72(285-1): 179-211.

- Cámara de Diputados (2012a) “De la Comisión de Presupuesto y Cuenta Pública, con proyecto de decreto de Presupuesto de Egresos de la Federación para el Ejercicio Fiscal de 2013 (votación)” *Gaceta Parlamentaria* (3671-A): 1-126 [pdf]. Disponible en: <<http://gaceta.diputados.gob.mx/PDF/62/2012/dic/20121220-A.pdf>> [Consultado el 20 de agosto de 2019].
- Cámara de Diputados (2012b) “De la Comisión de Trabajo y Previsión Social, con proyecto de decreto que reforma, adiciona y deroga diversas disposiciones de la Ley Federal del Trabajo (votación)” *Gaceta Parlamentaria* (3613-A): 1-221 [pdf]. Disponible en: <<http://gaceta.diputados.gob.mx/PDF/62/2012/sep/20120928-A.pdf>> [Consultado el 20 de agosto de 2019].
- Cámara de Diputados (2012c) “Minuta con proyecto de decreto, que reforma y adiciona diversas disposiciones de la Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos, en materia de educación (votación)” *Gaceta Parlamentaria* (3672-II): 1-13 [pdf]. Disponible en: <<http://gaceta.diputados.gob.mx/PDF/62/2012/dic/20121221-II.pdf>> [Consultado el 20 de agosto de 2019].
- Cámara de Diputados (2013a) “De la Comisión de Hacienda y Crédito Público, con proyecto de decreto que reforma, adiciona y deroga diversas disposiciones de la Ley del Impuesto al Valor Agregado, de la Ley del Impuesto Especial sobre Producción y Servicios, de la Ley Federal de Derechos y se expide la Ley del Impuesto sobre la Renta (votación)” *Gaceta Parlamentaria* (3887-IX): 1-918 [pdf]. Disponible en: <<http://gaceta.diputados.gob.mx/PDF/62/2013/oct/20131017-IX.pdf>> [Consultado el 20 de agosto de 2019].
- Cámara de Diputados (2013b) “De la Comisión de Presupuesto y Cuenta Pública, con proyecto de decreto de Presupuesto de Egresos de la Federación para el Ejercicio Fiscal de 2014 (votación)” *Gaceta Parlamentaria* (3906-A): 1-130 [pdf]. Disponible en: <<http://gaceta.diputados.gob.mx/PDF/62/2013/nov/20131113-A.pdf>> [Consultado el 20 de agosto de 2019].
- Cámara de Diputados (2013c) “De las Comisiones Unidas de Hacienda y Crédito Público y de Justicia, con proyecto de decreto que reforma, adiciona y deroga diversas disposiciones en materia financiera y se expide la Ley de Agrupaciones Financieras (votación)” *Gaceta Parlamentaria* (3859-II-A): 1-756 [pdf]. Disponible en: <<http://gaceta.diputados.gob.mx/PDF/62/2013/sep/20130910-IIA.pdf>> [Consultado el 20 de agosto de 2019].
- Cámara de Diputados (2013d) “Minuta de la Cámara de Senadores, con proyecto de decreto que reforma, adiciona y deroga diversas disposiciones de la Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos, en materia político-electoral (votación)” *Gaceta Parlamentaria* (3921-II): 1-60 [pdf]. Disponible en: <<http://gaceta.diputados.gob.mx/PDF/62/2013/dic/20131205-II.pdf>> [Consultado el 20 de agosto de 2019].
- Cámara de Diputados (2013e) “Minuta de la Cámara de Senadores, con proyecto de decreto, por el que se reforman y adicionan diversas disposiciones de la Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos, en materia de energía (votación)” *Gaceta Parlamentaria*

- (3925-VIII): 1-34 [pdf]. Disponible en: <<http://gaceta.diputados.gob.mx/PDF/62/2013/dic/20131211-VIII.pdf>> [Consultado el 20 de agosto de 2019].
- Cámara de Diputados (2014) “De la Comisión de Presupuesto y Cuenta Pública, con proyecto de decreto de Presupuesto de Egresos de la Federación para el Ejercicio Fiscal de 2014 (votación)” *Gaceta Parlamentaria* (4155-A): 1-114 [pdf]. Disponible en: <<http://gaceta.diputados.gob.mx/PDF/62/2014/nov/20141113-A.pdf>> [Consultado el 20 de agosto de 2019].
- Carreras, Francesc; García Jurado, Ignacio y Miguel Ángel Pacios (1992) *Estudio coalicional de los parlamentos autonómicos españoles de régimen común*. Serie de Economía, 1992-13-08. Universidad Carlos III de Madrid.
- Carreras, Francesc y Guillermo Owen (1995) “Valor coalicional y estrategias parlamentarias” *Revista Española de Investigaciones Sociológicas*, 71 [en línea]. Disponible en: <http://reis.cis.es/REIS/PDF/REIS_071_072_08.pdf> [Consultado el 15 de marzo de 2019].
- Chua Cheng-Huat, Vicent y Huei Chuen Huang (2003) “The Shapley-Shubik index, the donation paradox and ternary games” *Social Choice and Welfare-Springer*, 20(3): 387-403.
- Deegan, John y Edwar Packel (1978) “A new index of power for simple n-person games” *Game Theory*, 7: 113-123. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF01753239>
- Downs, Anthony (1957) “An economic theory of political action in a democracy” *Journal of Political Economy*, 65(2): 135-150.
- Elydi, Saber (2010) *An introduction to difference equations*. 3ra ed. San Antonio: Springer.
- Felsenthal, Dan Simon y Moshé Machover (1996) “Alternative forms of the Shapley Value and the Shapley-Shubik Index” *Springer*, 87(3): 315-318. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF00118651>
- Geddes, Barbara (1991) “A game theoretic model of reform in Latin American democracies” *American Political Science Review*, 85(2): 371-392. DOI: <https://doi.org/10.2307/1963165>
- Gillies, Donald Bruce (1953) *Some theorems on n-person games*. Princeton: Princeton University, tesis de doctorado.
- Hernández Bautista, Oscar Iván y Francisco Venegas Martínez (2017) “Contienda entre dos partidos políticos racionales: un enfoque de juegos diferenciales estocásticos” *Economía y Sociedad*, 21(36) [en línea]. Disponible en: <<https://www.redalyc.org/journal/510/51052064007/>> [Consultado el 11 de mayo de 2019].
- Hinich, Melvin Jay y Michael Curtis Munger (1994) *Ideology and the Theory of Political Choice*. Ann Arbor: University of Michigan Press.
- Holler, Manfred Joseph y Edward Wesler Packel (1983) “Power, luck and the right index” *Journal of Economics*, 43(1): 21-29.
- Hotelling, Harold (1929) “Stability in competition” *Economic Journal*, 39: 41-57. DOI: <https://doi.org/10.2307/2224214>
- Hunter, Wendy (1998) “Negotiating civil-military relations in PostAuthoritarian Argentina and Chile” *International Studies Quarterly*, 42(2): 295-317.

- Kirsch, Werner y Jessica Langner (2010) "Power indices and minimal winning coalitions" *Springer*, 34(1): 33-46. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00355-009-0387-3>
- Larios Ferrer, José Leonel (2019) "Juegos de mayoría ponderada redefinidos por ausentismo y abstencionismo: su aplicación al caso mexicano" *Investigación en la Educación Superior* [en línea]. Disponible en: <<https://drive.google.com/drive/folders/1H1eQWp-motGLMXaTIWWUHXXKIHVTLys-Bh>> [Consultado el 31 de octubre de 2019].
- Laruelle, Annick y Federico Valenciano (2001) "Shapley-Shubik and Banzhaf indices revisited" *Informes*, 26(1): 89-104.
- Leech, Dennis (1990) "Power indices and probabilistic voting assumptions" *Springer*, 66(3): 293-299. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF00125780>
- Nacif Hernández, Benito (2003) *Policy making under divided government in Mexico*. Working Paper, 305. Kellogg Institute.
- Nash, Jhon (1953) "Two-person cooperative games" *Econometrica*, 21(1): 128-140. DOI: <https://doi.org/10.2307/1906951>
- Owen, Guillermo (1977) "Values of games with a priori unions" en Henn, Rudolf y Otto Moeschlin (eds.) *Mathematical Economics and Game Theory. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*. Berlín: Springer, pp. 76-88. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-642-45494-3_7
- Owen, Guillermo (1981) "Modification of the Banzhaf-Colman index for games with a priori unions" en Holler, Manfred Joseph (ed.) *Power, Voting, and Voting Power*. Wurzburg: Physica-Verlag, pp. 232-238.
- Peleg, Bezalel y Peter Sudholter (2007) *Introduction to the Theory of Cooperative Games*. 2da ed. Nueva York: Springer.
- Przeworski, Adam (1991) *Democracy and the market: political and economic reforms in Eastern Europe and Latin America*. Nueva York: Cambridge University Press.
- Riker, William Harrison (2001) "Teoría de juegos y de las coaliciones políticas" en Batlle i Rubio, Albert (ed.) *Diez textos básicos de ciencia política*. Barcelona: Editorial Ariel, pp. 151-169.
- Rodríguez Carrillo, Juan Manuel y Roberto Santacruz Fernández (2016) "Coaliciones legislativas ganadoras en la Cámara de Diputados de México en la LXII Legislatura (2012-2015)" *TLA-MELAU, Revista de Ciencias Sociales, BUAP*, 9(39) [en línea]. Disponible en: <http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1870-69162016000100032> [Consultado el 12 de enero de 2019].
- Shapley, Lloyd Stowell (1963) "Some topics in two-person games" en Dresher, Melvin; Shapley, Lloyd Stowell y Albert William Tucker (eds.) *Advances in Game Theory*. Princeton: Princeton University Press, pp. 1-28. DOI: <https://doi.org/10.1515/9781400882014-002>
- Shapley, Lloyd Stowell y Martin Shubik (1954) "A method for evaluating the distribution of power in a committee system" *American Political Science Review*, 48(3): 787-792. DOI: <https://doi.org/10.2307/1951053>

Anexo. Cuadros con información para formular los JDS vistos en la LXII cdd
 Se presentan algunos cuadros con información pertinente al estudio de la LXII Legislatura.

Cuadro 1

Votación con ausentismo de acuerdos trascendentes durante la LXII cdd

Coaliciones	Votos	RL	RE	RF	RH	RP	REn	P2013	P2014	P2015	PARA-METROS Y c.i.**	
Centro (C): PRI+P- VEM+PNA	AF	237	212	226	242	247	247	241	245	240	af: 394	AuAF: 25
	EC	0	0	0	0	0	1	0	0	0	ec: 71	AuEC: 4
	AB	10	10	0	0	0	0	1	0	0		
	AU	4	29	24	8	4	3	9	6	9	AuC:	10.67
	NC*	241	241	250	250	251	251	250	251	249		
	alfaAFk	0.98	0.88	0.9	0.97	0.98	0.98	0.96	0.97	0.964	AlfaAF:	0.656
	alfaAUk	0.02	0.12	0.1	0.03	0.02	0.01	0.04	0.024	0.036	alfaAU:	0.043
	alfaECk	0	0	0	0	0	0	0	0	0	alfaEC:	0
Derecha (D): PAN	AF	114	99	97	0	106	107	107	110	107		
	EC	0	1	0	113	0	3	0	2	0		
	AB	0	0	8	0	1	0	0	1	0		
	AU	0	14	21	1	7	4	7	1	7	auD:	6.889
	ND	114	114	118	114	113	114	114	113	114		
	betaAFk	1	.87	0.82	0	0.94	0.94	0.94	0.973	0.939	betaAF:	0.824
	betaAUk	0	0.12	0.18	0.01	0.06	0.04	0.06	0.009	0.061	betaAU:	0.06
	betaECk	0	0.01	0	0.99	0	0.03	0	0.018	0	betaEC:	0.116
Izquierda Cen- tro (IC)**: PRD	AF	0	40	59	3	48	0	89	94	92		
	EC	100	31	29	23	44	95	4	1	0		
	AB	0	8	4	0	1	0	1	2	1		
	AU	4	23	8	4	7	6	8	3	8	auIC:	7.889
	NIC	104	94	96	100	99	101	101	98	100		
	gamaAFk	0	0.43	0.61	0.3	0.48	0	0.88	0.959	0.92	gamaAF:	0.557
	gamaAUk	0.04	0.24	0.08	0.04	0.07	0.06	0.08	0.031	0.08	gamaAU:	0.081
	gamaECk	0.96	0.33	0.3	0.23	0.44	0.94	0.04	0.01	0	gamaEC:	0.362
Izquierda(I): MC+PT	AF	0	9	1	2	0	0	23	17	18		
	EC	28	19	28	28	20	32	6	15	10		
	AB	0	2	2	0	0	0	3	1	0		
	AU	3	3	4	5	15	2	1	2	6	auI:	4.556

(continuación)

Coaliciones	Votos	RL	RE	RF	RH	RP	REn	P2013	P2014	P2015	PARA-METROS Y c.i.***	
	NI	31	31	33	35	35	34	30	34	34		
	deltaAFk	0	0.29	0.03	0.06	0	0	0.77	0.5	0.529	deltaAF:	0.242
	del-taAUk	0.1	0.1	0.12	0.14	0.43	0.06	0.03	0.059	0.176	deltaAU:	0.135
	deltaEck	0.9	0.61	0.85	0.8	0.57	0.94	0.2	0.441	0.441	deltaEC:	0.624

Descripción del cuadro: Votación en la LXII cdd de las principales reformas estructurales aprobadas después de la firma del Pacto por México (diciembre del 2012), a excepción de la Reforma Laboral aprobada también por la LXII cdd en septiembre de 2012. También se incluye la votación del presupuesto de egresos para los años 2013-2015. En el conjunto AB se incluyen los votos de los que originalmente se encuentran en el grupo de Quórum, pues asisten, pero no votan. En general, Rn = Reforma n, donde n=L,E,F,H,P y En le corresponde a Laboral, Educativa, Financiera, Hacendaria, Política y Energética, respectivamente. Pi es la votación del Presupuesto para el año i, i=2013, 2014 y 2015.

*NC=Total del centro sin contar las abstenciones; en general NJ= Total de J, J=D,IC,I (sin contar las abstenciones).

**Llamada así por la participación del PRD con el centro en el ppm.

***Son algunas de las condiciones iniciales a considerar en el Juego en Diferencias.

Fuente: elaboración propia con base a Cámara de Diputados (2012a, 2012b, 2012c, 2013a, 2013b, 2013c, 2013d, 2013e, 2014).

Cuadro 2

Votación con abstencionismo de acuerdos trascendentes durante la LXII cdd

Coaliciones	Votos	RL	RE	RF	RH	RP	REn	P2013	P2014	P2015	PARAME-TROS Y c.i.***	
Centro (C): PRI+P- VEM+PNA	AF	237	212	226	242	247	247	241	245	240	af: 394	Ab:6
	EC	0	0	0	0	0	1	0	0	0	ec: 71	
	AB	10	10	0	0	0	0	1	0	0		
	AU	4	29	24	8	4	3	9	6	9		
	NC*	247	222	226	242	247	248	242	245	240		
	alfaAFk	0.96	0.95	1	1	1	1	0.996	1	1	AlfAF:	0.99
	alfaABK	0.04	0.05	0	0	0	0	0.004	0	0	alfaAB:	0.01
	alfaEck	0	0	0	0	0	0	0	0	0	alfaEC:	0
Derecha (D): PAN	AF	114	99	97	0	106	107	107	110	107		

(continuación)

Coaliciones	Votos	RL	RE	RF	RH	RP	REn	P2013	P2014	P2015	PARAMETROS Y c.i.***	
	EC	0	1	0	113	0	3	0	2	0		
	AB	0	0	8	0	1	0	0	1	0		
	AU	0	14	21	1	7	4	7	1	7		
	ND	114	100	105	113	107	110	107	113	117		
	betaAFk	1	0.99	0.92	0	0.99	0.97	1	0.973	1	betaAF:	0.872
	betaABk	0	0	0.08	0	0.01	0	0	0.009	0	betaAB:	0.01
	betaEck	0	0.01	0	1	0	0.03	0	0.018	0	betaEC:	0.117
Izquierda Centro (IC)**:PRD	AF	0	40	59	73	48	0	89	94	92		
	EC	100	31	29	23	44	95	4	1	0		
	AB	0	8	4	0	1	0	1	2	1		
	AU	4	23	8	4	7	6	8	3	8		
	NIC	104	79	92	96	93	95	94	97	93		
	gamaAFk	0	0.51	0.64	0.76	0.52	0	0.947	0.969	0.99	gamaAF:	0.592
	gamaAUk	0	0.1	0.08	0.04	0.07	0.06	0.08	0.031	0.08	gamaAB:	0.022
	gamaEck	1	0.39	0.32	0.24	0.47	1	0.043	0.01	0	gamaEc:	0.386
Izquierda(I): MC+PT	AF	0	9	1	2	0	0	23	17	18		
	EC	28	19	28	28	20	32	6	15	10		
	AB	0	2	2	0	0	0	3	1	0		
	AU	3	3	4	5	15	2	1	2	6		
	NI	28	30	31	30	20	32	32	33	28		
	deltaAFk	0	0.3	0.03	0.07	0	0	0.719	0.515	0.64	deltaAF:	0.253
	deltaABk	0	0.07	0.06	0	0	0	0.094	0.03	0	deltaAB:	0.028
	deltaEck	1	0.63	0.9	0.93	1	1	0.188	0.445	0.36	deltaEC:	0.719

Descripción del cuadro: Votación en la LXII cdb de las principales reformas estructurales aprobadas después de la firma del Pacto por México (diciembre del 2012), a excepción de la Reforma Laboral aprobada también por la LXII cdb en septiembre de 2012. También se incluye la votación del presupuesto de egresos para los años 2013-2015. En el conjunto AB se incluyen los votos de los que originalmente se encuentran en el grupo de Quórum, pues asisten, pero no votan. En general, Rn = Reforma n, donde n=L,E,F,H, P y En le corresponde a Laboral, Educativa, Financiera, Hacendaria, Política y Energética, respectivamente. Pi es la votación del Presupuesto para el año i, i=2013, 2014 y 2015.

*NC=Total del centro sin contar las ausencias; en general NJ= Total de J, J=D,IC,I (sin contar las ausencias). **Llamada así por la participación del PRD con el centro en el PpM.

***Son algunas de las condiciones iniciales a considerar en el Juego en Diferencias.

Fuente: elaboración propia con base en Cámara de Diputados (2012a, 2012b, 2012c, 2013a, 2013b, 2013c, 2013d, 2013e, 2014).

