

# algunas consideraciones sobre los modelos matemáticos en la sociología empírica

LIAN KARP\*

## 1. Generalidades

Se puede afirmar que cuando en una cierta área del conocimiento sociológico se rebasa la etapa de clasificación de las propiedades observables y sus relaciones, casi siempre se procede a establecer una plataforma de generalizaciones comprobables empíricamente, referente a los observables tratados, así como también a formular tentativamente, explicaciones para estas generalizaciones. Esta tarea se efectúa generalmente presentando un cuerpo teórico que muestre que tales extensiones constituyen un conjunto de consecuencias lógicas (en el sentido sintético) de hipótesis más amplias.

Sin embargo debe tenerse presente que por una *teoría científica*, se debe entender un sistema cuya base está formada por conceptos universales que sirven de hipótesis iniciales y ante las cuales deben someterse consistentemente (sin contradicciones) los resultados empíricos de observaciones comprobables. Otro aspecto igualmente importante que no debe escapar al juicio del investigador, es que en toda teoría, la estructura deductiva inherente, debe estar explicitada en todo momento a fin de poder expresar la propia teoría o ma-

nera de un *sistema axiomático formal* que consiste en un conjunto de proposiciones (o fórmulas) tales que permitan representar por completo a las hipótesis iniciales de las que se parte. Tales proposiciones reciben el nombre de *axiomas*, y todas aquellas producciones que se deriven (o se deduzcan) de estas hipótesis y que también pueden representarse por proposiciones, constituyen los *teoremas* del sistema.

Una estructura construida de acuerdo con estas ideas puede considerarse como un tipo de *cálculo* (cálculo proposicional), el cual, eventualmente, puede contener de antemano axiomas que representan discursos lógicos o matemáticos; en particular aquellos que constituyen el fundamento lógico de la teoría. Y por otra parte, las reglas de derivación de un cálculo de este tipo, deberán corresponder a los principios deductivos de la propia lógica de la teoría. Una teoría representable por un cálculo así estructurado puede llamarse una *teoría formalizada*, mientras que si tal cuerpo teórico sólo requiere parte del cálculo (como frecuentemente es el caso en sociología), entonces, se tendrá una *teoría semiformalizada*, en la que las deducciones plan-

\* Centro de Cálculo Electrónico y Facultad de Ciencias Políticas y Sociales, UNAM.

teadas no resultan suficientemente obvias y/o tampoco requieren plantearse explícitamente.

En sociología, frecuentemente se utiliza la noción de *modelo* como un sinónimo de una teoría, ya se trate de una formalizada, o una semiformalizada. Esta concepción se debe muy probablemente a una de las siguientes situaciones:

- i) Que la teoría conste de tan pocos pasos deductivos, o bien que cubra un tópico lo suficientemente reducido en el panorama general que se tenga cierta aprensión a utilizar el término teoría.
- ii) Que en general, son tan pocos y específicos los casos que en sociología se pueden presentar como una teoría, incluso de tipo semiformalizada, que el término de modelo resulta más apropiado si no se requiere enfatizar más el hecho de que el sistema deductivo de la teoría, se presenta de modo explícito. Finalmente,
- iii) se emplea la palabra de modelo para sustituir a la de teoría, para indicar que tal teoría sólo resulta válida ocasionalmente, o como aproximación, o en base a ciertas condiciones simplificatorias, esto es, se mantiene en condiciones *ceteris paribus* para sus consecuencias.

En principio, y con estos antecedentes, tal parece que no existen problemas en intercambiar los conceptos de teoría y modelo, pero desgraciadamente y en el terreno formal de la lógica, esto conduce a desentender la noción específica de "modelo", en el sentido de que cierta estructura matemática o lógica pueda constituir un modelo para una determinada teoría. En otras palabras, que un modelo  $M$  para una teoría  $T$  puede ser otra teoría  $M^*$  que corresponde en su estructura deductiva a la teoría  $T$ . Por una correspondencia en la estructura deductiva entre dos teorías  $M^*$  y  $T$  debe entenderse una coordinación biunívoca (uno a uno) entre las proposiciones de  $M^*$  y los conceptos de  $T$  y viceversa, de modo tal que si en  $T$  una proposición dada, se sigue lógicamente de otras proposiciones en  $T$  entonces lógicamente debe tenerse una imagen isomorfa de tal proceso deductivo entre las correspondientes proposiciones del sistema  $M^*$  con las de  $T$ .

En consecuencia, puesto que se puede reflejar la estructura deductiva de  $T$  en la de  $M^*$ , un cálculo que permita representar a  $T$ , debe poder expresar a

$M^*$ . O sea, tanto una teoría como su modelo, se pueden expresar con el mismo y único cálculo.

Por lo tanto, una explicación alternativa y equivalente para el concepto de *modelo para una teoría* se puede establecer al decir que un modelo es una "interpretación" para el cálculo de una teoría, en el sentido de que tal cálculo está representado en el modelo.

En ocasiones, sobre todo al utilizar computadoras electrónicas, es frecuente considerar a los programas de cómputo como modelos de teorías científicas (o mejor dicho de sectores de teorías), para los que la computadora se comporta como una caja negra que permite producir resultados que son interpretados como las consecuencias lógicas de los datos proporcionados a la caja. Por lo tanto, se puede considerar que el sistema máquina-programa, opera como el cálculo de una teoría, los datos de entrada como los axiomas y los resultados como los teoremas derivados del sistema axiomático formal. El modo de operación de la máquina-programa es parte de la función de modelado y el investigador que diseña el programa corresponde al modelista de la teoría.

## 2. Motivación

Frecuentemente, o siempre, todos aquellos conceptos no lógicos que se plantean en el marco referencial inicial o sistema de hipótesis en la sociología empírica, constituyen relaciones o propiedades observables, usualmente llamados indicadores. No existe razón alguna que obligue a postular un modelo para una teoría específica, a menos que se desee: 1) establecer la consistencia lógica de la teoría, esto es, encontrar una interpretación adecuada para su cálculo, o bien 2), para propósitos típicamente didácticos. En todo modelo, las

hipótesis iniciales de la teoría contienen conceptos no del todo lógicos y no del todo observables (llamados conceptos teóricos) como por ejemplo: valores, actitudes y otros. Cómo deben interpretarse estos conceptos teóricos, es uno de los problemas primarios de la filosofía de las ciencias. Una de las opiniones más razonables en este aspecto es la que afirma que tales conceptos deben entenderse de acuerdo con el contexto propio determinado por las hipótesis básicas de la teoría, o equivalentemente, empleando los esquemas deductivos del modelo de la teoría en términos de proposiciones ya conocidas y lógicamente verdaderas. Lo cual aunque razonable resulta sumamente difícil de lograrse.

En todo caso, la estrategia del investigador que postula el modelo de explicación científica, deberá ser la de proceder paso a paso o por etapas. Lo cual quiere decir que al inicio se debe seleccionar una primera teoría T1 suficientemente simple y comprensiva, construir su modelo M1 en el que todos los conceptos son observables y después incrementar la complejidad de la teoría inicial obteniendo otra más amplia T2 para la cual, el correspondiente modelo M2 sea continente del modelo M1, y así sucesivamente hasta la *n*-ésima teoría TN cuyo modelo contiene a los anteriores, o sea que la consistencia formal se logra con un criterio constructivista que permite establecer la siguiente cadena de contenciones:

$$M1 \rightarrow M2 \rightarrow \dots \rightarrow MN = M$$

En la práctica, este proceder generalmente resulta asombrosamente fructífero ya que se obtiene un modelo de tipo predictivo en el sentido de que las contenciones propias construidas constituyen un historial de naturaleza dialéctica que no se logrará al construir el modelo M para la teoría general TN. Además, cada

generalización es directamente comprobable empíricamente y, recalcando, al ampliar el ámbito de observación se establece la predicción (en este sentido y no necesariamente en el sentido probabilístico). El resultado neto será que la teoría modelada será una teoría más rica que si se considera escuetamente una teoría general no sometida a este proceso de "dislocación integración".

Considerando ahora al experimentador en el campo sociológico, y su actitud ante las teorías y los modelos, particularmente en nuestro ambiente, se observa que se trata de un investigador que se enfrenta a una situación en la que en sentido estricto no existe teoría sistemática; depende tan sólo de procedimientos de investigación con un determinado número de generalizaciones de primer nivel en un medio en que predomina el criterio de ensayo y error si no es que el mero recurso de la encuesta, por bien diseñada, aplicada y codificada que sea, pero que constituye su único recurso de investigación empírica. Resulta por lo tanto inevitable que su actitud sea la de elaborar *theoricula* o pequeñas teorías a las que llamará modelos, tipologías o sociomapas, labor a todas luces ominosa y lejana de lo que podría ser una ciencia empírica formalmente modelable. Independientemente de la validez de esta afirmación un tanto aventurada, apelar al recurso del modelo y transformarse en planificador, el sociólogo deberá detectar aquellos procedimientos que le lleven al análisis intrínseco de la ciencia social, y no a continuar manipulando estructuras construidas a partir de tipos ideales, análisis que hasta la fecha no ha dado resultado alguno que pueda calificarse de "ventana universal de la sociología" como lo puede ser el peso del electrón o la velocidad de la luz en la Física.

Gran parte del trabajo de construir modelos radica en la traducción de los conceptos en instrumentos opé-

racionales que permiten categorizaciones generales y decidibles, sin temor a tener que crear nuevos conceptos, siempre y cuando así lo requiera la sensibilidad del análisis y evitando al máximo las descripciones ambiguas. Por ejemplo, y a manera de elemento de crítica, supóngase que se acuña el concepto de "desarrollo social", el cual al aparecer en algunos textos se le trate más o menos de manera vaga. Para un investigador empirista, el desarrollo debe consistir de una serie de cambios dependientes del tiempo (de un mismo grupo) lo que, matemáticamente puede representarse por un sistema de ecuaciones de diferencias que sean simultáneas. Formalmente esto resolvería el problema, pero ¿qué sucede si los observables no son de tipo conductural, y por consiguiente (genéricamente) medibles, sino que incluyen actitudes o espectaciones (genéricamente) no medibles? Éste y muchos otros problemas, unos semejantes y otros de índole diversa frenan la aplicabilidad de los modelos a la sociología. Sin embargo, pese a que no se tiene aún una metodología general de donde aprender a formular modelos, se puede intentar describir una serie de características que optimistamente orienten al investigador en esta tarea.

### 3. *Ambientación y tema*

La reciente y muy rápida evolución de un tipo especial de matemáticas aplicadas (teoría de sistemas, investigación de operaciones, computación, etcétera) parece ser tanto la causa como la consecuencia de un notable desarrollo en el área de los modelos matemáticos en ciencias sociales.

Si se da por aceptada la gran complejidad de los procesos y sus potencialmente extensivas ramificaciones, resulta inmediato comprender el por qué del na-

ciente entusiasmo hacia los modelos de computación (como variante de los modelos matemáticos) los cuales ya empiezan a probar su utilidad y adecuación en la mayoría de los casos, dejando ver en una inevitable situación comparativa lo inadecuado y complicado que resulta la manipulación de información utilizando los patrones de alguna metodología tradicional. Cabe añadir, sin embargo, que el nivel de sofisticación en los modelos matemáticos se incrementa con su uso, aunque siempre de acuerdo a una estructura formal propia de los mismos modelos.

Puede decirse que el mero empleo de modelos matemáticos es un ejercicio que incrementa la habilidad para planear políticas entre quienes los emplean, lo cual, considerando a quien construye los modelos como un planificador, generó una notoria sensibilidad para conformar programas efectivos. En la práctica, excepto quizá algunos casos en Econometría, hay una tendencia muy marcada en considerar a los modelos matemáticos como antecedente finalista de los modelos de computación, de aquí que en lo sucesivo se emplearán ambas nociones en forma indiferente, añadiendo tan sólo una observación diferencial. Cuando un modelo matemático se transforma adecuadamente para ser procesado por una computadora, generalmente se debe al hecho de que en gran parte las computadoras están diseñadas para realizar tareas repetitivas a gran velocidad y con una muy alta precisión numérica.

El planificador o modelista hace uso de esta capacidad siempre que (como es frecuente) detecta patrones temporales que se repiten con frecuencia en los procesos sociales y sus relaciones espacio-temporales con otros procesos. Cuando éste es el caso, y las relaciones descubiertas o propuestas resultan relativamente estables, se pueden concebir módulos y elementos básicos de definición para programas de computación. Una

vez estructurados estos programas, los módulos se pueden manipular combinándolos o replicándolos varias veces de acuerdo con los criterios prescriptivos propuestos por el planificador, a fin de generar, incluso en gran escala, patrones relativos a las formas, estructuras o procesos análogos a los del mundo real.

Un modelo literalmente consiste de variables (nombradas) contenidas en un conjunto de expresiones matemáticas (o relaciones estructurales), de cierto número de constantes (o parámetros) y un criterio prescriptivo programado para la computadora (algoritmo). Tales que el patrón de comportamiento que generan al ser procesados por la computadora constituye un conjunto de valores para las variables propuestas por el planificador.

En general, *por un modelo matemático se debe entender una abstracción adecuada de la realidad que preserva la estructura esencial del proceso que se modela a la vez que su funcionalidad ambiental e intrínseca*. Por lo tanto, la forma del modelo, al ser sometida a un análisis, debe proporcionar conocimientos básicos así como determinada información de la situación concreta original y en ocasiones, de otras situaciones afines a ésta. Consecuentemente, un modelo es un cuerpo de información relativa a un sistema, el cual se someterá a estudio a fin de reunir características y propósitos del sistema. Puesto que el propósito del estudio es la determinante primordial de la naturaleza de la información, no necesariamente dado un sistema, su modelo es único. La tarea de derivar un modelo para un sistema, se puede en principio subdividir en dos sub-tareas: una, el establecimiento de una estructura para el modelo; otra, el abastecimiento y consecución de los datos. Relativo a la estructura, se tiene el problema de la determinación de las fronteras o cotas del sistema, así como la identificación de las entidades, atributos y

actividades del sistema. Respecto a la consecución y provisión de datos, se deben aportar los valores que puedan tener los atributos así como la definición de las relaciones que se establezcan entre las actividades. Aunque debe tenerse en cuenta que, en ocasiones, los datos que se obtienen para un modelo permiten aclarar ciertas relaciones aún no consideradas por el planificador y que eventualmente pueden alterar la estructura propuesta para el modelo. A las entidades y sus atributos se les representa mediante variables y a las actividades se les describe por medio de relaciones funcionales que representan las interacciones de las variables concurrentes en cada subproceso.

#### 4. *Los modelos en sociología empírica*

Dependiendo de la ambición del planificador y sus intereses, un modelo puede construirse de acuerdo con cierta escala de dificultad ascendente a tres niveles, uno, el descriptivo, dos el predictivo, y tres el de planeación.

A) Al construirse un modelo descriptivo, el objetivo queda limitado a la replicación de ciertos rasgos importantes que existen en un determinado proceso o bien a ciertas características observadas en la realidad. Computísticamente, el costo de un modelo de este tipo está determinado por:

- i) la tasa entre información de entrada y la información de salida que se requiere para el modelo y que se genera por el modelo respectivamente;
- ii) la precisión y el costo de i) comparados con la observación directa, y
- iii) la aplicabilidad de este modelo en otros tiempos y lugares distintos a aquellos para los que fue construido.

Un buen modelo descriptivo tiene el valor científico debido a que siempre revela la estructura del proceso, reduciendo la complejidad aparente del mundo observado a un lenguaje coherente y riguroso de expresiones matemáticas. También sirve para proveer una evidencia concreta de la manera en que "todo proceso social afecta y se ve afectado por todo fenómeno social". Pocas veces se dejan de obtener beneficios de estos modelos ya que por lo menos permiten establecer "medi-

das gruesas" que sirven para adquirir cierta sensibilidad aunque no permitan satisfacer la demanda de datos para situaciones en el futuro y por lo tanto no generan alternativas de planeación.

B) Para predecir situaciones futuras, es indispensable una gran comprensión de las relaciones que determinan a la pareja (forma, proceso). En un modelo descriptivo puede ser suficiente con observar que X y Y son, por ejemplo, covariantes, pero cuando el propósito es el de predecir el valor de Y en un tiempo futuro, el modelo deberá poder especificar una sucesión causal de cambios en X que determinen el valor de Y con cierto nivel de confianza. Consecuentemente, si se está en condiciones (privilegiadas casi siempre) de postular las trayectorias de causación, entonces el conocimiento del futuro, o del valor futuro de la "causa", permitirá la predicción del valor que en el futuro tenga el "efecto".

La primer tarea para quien construye modelos predictivos, es la de establecer un marco lógico en el que las variables de importancia aparecen preferentemente al final, más que al principio, de una sucesión causal (estas variables generalmente son endógenas). Como segunda tarea, se debe poder asegurar que las variables con que se inician los procesos (causas primeras o generalmente variables exógenas) se pueden evaluar en el futuro, tan lejano como sea necesario. Resulta obvio, en consecuencia, que bastarían estos dos rasgos característicos para determinar una diferencia significativa entre estos modelos predictivos y los puramente descriptivos.

Esta segunda tarea o requisito se puede debilitar en parte cuando se consideran predicciones condicionales, las cuales frecuentemente resultan ser de mayor interés en el mundo real. Comúnmente, al planificador le interesa el estado del medio real de acuerdo con cierta

actitud o criterio de su parte, o en ocasiones, siguiendo el trazo temporal de cierto evento incierto aunque posible que se encuentre fuera de su control. Cuando este es el caso, el modelo deberá tener los elementos suficientes para responder en una forma equivalente a "Si X tiene lugar, entonces ocurrirá Y" sin que por ello se precise explícitamente la tendencia a ocurrir de X.

Un caso especial de predicciones condicionales son las que se engloban bajo el término "análisis de impacto" y que se caracterizan debido a que el interés se enfoca sobre las consecuencias que se deben esperar como resultado de un impacto exógeno específico (un cambio en X por ejemplo) siempre y cuando el medio ambiente se mantuviera sin disturbios de no ocurrir tal impacto.

C) Finalmente se tienen los modelos de planeación, los cuales constituyen una clase de tecnología muy poco desarrollada. Un modelo de planeación necesariamente debe comprender e incorporar los métodos de la predicción condicional, y aparte profundizar más aún en sus resultados, en el sentido de que debe poder evaluar los resultados en términos de las metas de planeación que se tengan preestablecidas. Los pasos esenciales a seguir cuando se elaboran modelos de este tipo, que si bien no se pueden postular universalmente, en la práctica resultan de cierta utilidad son:

- i) Especificación de programas alternativos, o acciones que puedan elegirse por el planificador ante una determinada situación real.
- ii) La predicción de las consecuencias asociadas a la elección de cada una de las posibles alternativas.
- iii) Jerarquización de las consecuencias menciona-

- das, de acuerdo con un criterio métrico impuesto sobre el logro de las metas preestablecidas.
- iv) La factibilidad suficiente para poder elegir aquella alternativa que proporcione un mayor rendimiento de acuerdo con iii).

La especie de modelo de planeación mejor conocida a la fecha es aquella que se distingue por formular estas etapas mediante los criterios de programación lineal, los cuales permiten una exploración eficiente de un espectro muy amplio de alternativas bajo determinadas condiciones restrictivas un tanto especiales; por ejemplo, relaciones de causa a efecto de tipo lineal bajo información completa de las alternativas en el momento de la elección.

Un problema muy relevante también, y que se puede tratar bajo esta línea de conceptos, es el de efectuar elecciones de alternativas de modo secuencial, en forma tal que los efectos de unas alternativas condicionan las alternativas disponibles que restan en elecciones subsiguientes. Esto se debe a que se presupone que en cada punto de decisión se tienen tantos ramales como alternativas posibles en una estructura arborecente de posibilidades. Si los pasos iii) y iv) se programan en una computadora, resulta relativamente simple establecer las trayectorias de un considerable número de sucesiones decisionales hasta alcanzar un resultado posible, lo cual cae en el ámbito de la programación dinámica y sale de los criterios de ensayo y error.

Ya se ha insinuado el hecho de que el trabajo del planificador empieza al identificar aquellas relaciones que se presenten con cierta persistencia entre las variables más relevantes: las sucesiones causales y el marco lógico del modelo de un cierto proceso real. Todas estas actividades se realizan siempre bajo ciertos criterios acordados a una "teoría" relativa al conjunto de procesos

bajo estudio y que permiten el establecimiento de un "modelo". En este nivel, las nociones de teoría y modelo se utilizan de modo intercambiable para referirse a un cuerpo estructurado de expresiones lógico-matemáticas. Al construir este cuerpo doctrinario, el teórico tiene el propósito de lograr dos propiedades sumamente importantes para su estructura:

- i) una coherencia lógica y
- ii) cierto grado de generalidad.

Esto permite al modelista, especificar no sólo el significado conceptual de las variables utilizadas, sino también la forma general de sus interrelaciones funcionales. La virtud que caracteriza al teórico de los modelos, radica en la derivación rigurosamente lógica de proposiciones empíricamente útiles, a partir de un conjunto mínimo de postulados hipotéticos supuestamente consistentes. Una vez resuelta esta etapa, el planificador cambia su objetivo hacia la aplicación de las teorías formuladas (en un caso concreto), con el propósito de generar resultados empíricamente relevantes a partir de datos también empíricamente colectados. En esta nueva actitud, deberá considerar nuevos aspectos y restricciones fuera del ámbito puramente teórico como son: costos, disponibilidad de datos, precisión, condiciones temporales y conveniencia (en el sentido de efectividad y eficiencia del modelo). Pero, ante todo, debe resolver un conflicto que en la mayor parte de las ocasiones resulta neurálgico y que es el de ser específico (como planificador) donde fue vago como teórico, so pena de caer en operaciones ociosas de manipulación simbólica en aras de la elegancia formal.

Las perspectivas teóricas del planificador resultan evidentes al analizar el conjunto de relaciones estructurales que sirven de referencia al modelo. Un modelo razonablemente aceptable deberá consistir de una serie

de proposiciones formuladas lo más simple y universal posible, como por ejemplo:

$$Y = f(X, Z, U, \dots, V)$$

Estas proposiciones deben comprender a las variables detectadas como las más relevantes y deben también especificar las formas o tipos de relaciones que establecen entre sí. Para la mayoría de los modelos cuya finalidad es la de establecer políticas decisionales, puede resultar ventajosa una clasificación acorde con la naturaleza de los procesos bajo estudio, *i.e.* tecnológicos, institucionales, conductuales, administrativos, sociales, económicos, etcétera, aunque muy bien pueden existir conjuntos alternativos de tal tipo de proposiciones que conducen al mismo resultado. En todo caso, el planificador está limitado por reglas de *consistencia* (proposiciones no contradictorias) y de *coherencia* (tantas variables independientes como proposiciones). Una vez satisfechas estas dos reglas, la elección del planificador estará regida por aquellas estructuras que a su juicio (su sentido de utilidad y sensibilidad interpretativa) presenten mayores ventajas estratégicas.

##### 5. Observaciones

Existen varias alternativas estratégicas de diseño que están abiertas para el planificador, pero todas ellas requieren de su creatividad y habilidad ante propósitos determinados, en un ambiente de incertidumbre con respecto a problemas adyacentes como lo es el de la implantación del modelo y algún otro quizá más complejo según el caso específico, que sólo se resuelven a base de experiencia, percepción intuitiva y sentido de estilo, rasgos éstos de naturaleza personal y subjetiva.

Un problema fundamental es sin duda el de determinar los niveles de agregación con el cual se resuelven las ventajas de localizar las regularidades tanto de forma como de proceso.

Si bien se cuenta con diferencias ya generalizadas respecto al ámbito de un macroanálisis o de un microanálisis, tales diferencias pueden tornarse en evasivas ante un caso particular de modelo. Estas diferencias usualmente se proponen al nivel geográfico, demográfico, de física social o de ecología social para el macro-modelo, o de economía, psicología social, conflictos, etcétera, para el micromodelo. En el primer caso generalmente se toma como instrumento básico a las estadísticas de conductas masivas o de propiedades colectivas. En estos modelos tradicionales, frecuentemente aparecen nociones como las de flujo de parámetros, funciones de potencial o matrices de probabilidades de transición; en el fondo, todos estos conceptos se adecuan con el de cierta elección social. Para el microanálisis, aunque no se puede establecer de inmediato, el criterio es el de estudiar elecciones individuales que se componen de una variedad mucho más rica de interacciones.

Se tienen muchas objeciones respecto a los criterios metodológicos del macroanálisis, las críticas se orientan principalmente hacia el hecho de que las teorías consisten en gran parte de generalizaciones descriptivas que adolecen de una estructura causal explícita. Por ejemplo, un estudio sobre movilidad social puede consistir simplemente en la recopilación de cocientes de movilidad para subgrupos de la población clasificados de acuerdo con la edad, el sexo, el estatus familiar, cuya evidencia está sostenida por ciertos datos o frecuencias estadísticas del movimiento de miembros de tales grupos. Para propósitos de predicción se debe presuponer que la tasa de movimiento que se caracterice, se puede aplicar tanto al pasado como al futuro de las poblaciones, pero puesto que las razones explícitas del movimiento no aparecen en el modelo, no se puede sostener la hipótesis de continuidad del comportamiento, ya que no se podrán modificar las conductas de acuerdo con las modificaciones futuras del medio ambiente conductual.

Otra objeción al criterio macroanalítico, es que éste se orienta hacia el hecho de que el carácter un tanto masivo de sus resultados, impiden una tipificación fina de subprocesos de preponderante importancia en el mismo contexto del análisis. Estos subprocesos pueden ser la clave de los modelos de planeación, cuyo propósito es el de justipreciar las alternativas de cierta política o programa. Distinguir estos subprocesos solamente se puede lograr cuando a partir de alguna métrica (por simple o elemental que sea), se pueden reducir los logros o metas del modelo a resultados cuantitativos.

Por otra parte, también existen objeciones para las técnicas microanalíticas, las cuales se enfocan principalmente hacia la implantación de resultados, que generalmente se logra mediante aproximaciones tenues o crudas del modelo sobre el medio. Esto se debe, quizá, a las diferenciaciones e imperfecciones de la comunicación, y a la dificultad de establecer controles específicos que de existir resultan muy costosos y poco efectivos. La búsqueda de técnicas empíricas para lograr el microanálisis a un nivel de especificación satisfactorio ha frustrado ya a muchos planificadores. Y no es sino hasta recientemente que se han unificado esfuerzos para resolver y definir adecuadamente una teoría sobre la elección racional para la que los patrones preferenciales puedan especificarse al detalle pese a sus valores generalmente relativos. En la práctica (excepto en el caso descriptivo) un modelo debe permitir representar los resultados de un proceso parametrizado con respecto al tiempo. Y las formas en que esta dimensionalización temporal puede lograrse, resultan motivo suficiente para formular toda una teoría de estrategias. Toda relación se puede ubicar entre diversos grados de continuidad temporal que puede variar desde una estática comparativa hasta una dinámica analítica pasando por varios tipos de progresión recursiva. Este tipo de cuestiones se plantean al planificador siempre que considere la elaboración de un modelo y siempre estarán sujetas a la perspicacia del planificador, que a fin de cuentas es quien decide

i) si las características del medio ambiente real

han o no quedado bien equilibradas en el modelo;

- ii) si resultan válidas las apreciaciones empíricas de las variables y
- iii) si el análisis de impacto resulta suficientemente significativo comparado con otros tipos de predicción, ya sea o no condicional.

El método de estadística comparativa implica que existe una convicción de que el sistema se autoequilibra y que las variables endógenas tienen una respuesta suficientemente rápida y completa ante la acción de los cambios exógenos. Los parámetros del modelo de un análisis del perfil de datos, representan relaciones de "equilibrio" entre variables endógenas y exógenas. En consecuencia, poder predecir implica especificar valores tanto de variables exógenas como de datos de resultados sin necesidad de especificar el movimiento del sistema entre el estado inicial y el final.

Los criterios analíticos estáticos deben emplearse para el análisis de impacto, en el que no se especifican los datos que corresponden a los resultados. Generalmente, un modelo basado en este criterio puede resolverse (encontrar las características de equilibrio) con sólo suponer muy pocos cambios exógenos. El estado de equilibrio tendiente hacia el que tiende el sistema, en ausencia de futuros impactos exógenos, queda por lo tanto bien determinado.

Si bien la condición de autoequilibrio no es necesaria para un análisis dinámico, con este tipo de criterio, la tendencia es la de estudiar los procesos de cambio que alteran precisamente el estado de equilibrio. Técnicamente el tipo de modelos derivados con este criterio se deben formular como un conjunto de ecuaciones diferenciales, algunas de las cuales incluyen va-

riables cuya tasa de cambio se especifica con respecto al tiempo. La implantación de uno de estos modelos tan sólo requiere especificar los parámetros y condiciones iniciales de las variables. Con esto se logra que todos los procesos bajo estudio, excepto el tiempo, sean de naturaleza exógena y que toda trayectoria temporal de cualquier variable, pueda ser trazada en forma continua, con lo que el estado del sistema se puede evaluar en todo punto del tiempo.

Si el sistema es autoequilibrado, los valores de las variables que intervienen en su estructura deberán tender a los que se obtienen para un sistema estático correspondiente al sistema dado, pero sin las características del autoequilibrio. Respecto al comportamiento neto de un sistema de este tipo, existen tres tipos de conducta, o patrones conductuales de referencia, a saber:

- i) fluctuaciones cíclicas;
- ii) tendencia amortiguada o degeneración y
- iii) conducta explosiva.

Debido a que los estudios estáticos comparativos requieren de un conjunto muy estricto de condiciones de equilibrio, difícilmente garantizables por un modelo correspondiente a la realidad, y que por otra parte los modelos analíticos de tipo dinámico requieren virtualmente condiciones de cerradura *i.e.* que todas las variables, excepto el tiempo quizá, sean de tipo endógeno.

La mayor parte de los modelos que se formulan, establecen un compromiso de postulación basado en el criterio de progresiones recursivas. Tal situación permite reflejar los cambios que ocurren en un sistema a lo largo del tiempo y de manera secuencial, con sólo emplear en la formación, variables retrasadas. Un ejemplo arbitrario puede ser:

$$Y_{t+1} = A + BX_t$$

o bien

$$X_t = C + DY_{t-1}$$

Dados ciertos valores iniciales ya sea para X o para Y, y determinando los parámetros conocidos, se puede progresar con el cálculo sucesivo de los valores resolviendo alternativamente las ecuaciones propuestas. Con un desarrollo trivial, se puede evaluar  $Y_{t+n}$  a partir de una  $Y_t$  dada. Desgraciadamente éste es sólo un ejemplo, ya que en realidad no es fácil que se encuentren modelos tan simples y además resulta difícil evitar la presencia de variables exógenas, sean o no periódicas, en la descripción de los cambios que ocurren en la sucesión recursiva de relaciones operacionales asociadas al sistema.

## 6. Algunos aspectos prácticos

Cualquier modelo que comprenda el concepto de cambio dependiente del tiempo en el sistema, deberá permitir la distinción, aunque ésta sea implícita, entre variables de "recurso" y variables de "flujo". Intuitivamente un recurso está constituido por un inventario de artículos suficientemente semejantes como para ser tratados en relación a su número (mano de obra, superficie disponible, capital de operación, estatus, y otros). Si en éstos inventarios los cambios que dependen de la supresión o adición de elementos, se expresan por unidad de tiempo, se dice que existe un flujo. Y compete al planificador la decisión de enfatizar en qué factor se basa la determinación de la magnitud de cada recurso y de cada flujo.

Formalmente resulta ventajoso postular que un recurso equivale a la integral con respecto al tiempo del

flujo correspondiente, por lo que tanto el recurso como el flujo asociado, están condicionados por los mismos determinantes. Sin embargo, si el planificador limita su atención a aquellos flujos que ocurren en un lapso de tiempo suficientemente corto, las facilidades de manipulación se verán afectadas favorablemente de un modo considerable. Por ejemplo, aquellas variables exógenas cuyo efecto sobre los recursos sólo se hace notorio a largo plazo, pueden ignorarse o bien, incluirse como parámetros fijos. A diferencia de las expresiones de tipo no lineal (con que invariablemente deben caracterizarse los procesos de crecimiento referentes a los recursos) en procesos a corto plazo, los incrementos marginales correspondientes pueden formularse mediante expresiones lineales. También con sólo aceptar que el inventario de recursos dado para un cierto sistema tiene naturaleza histórica, se puede evitar la necesidad de tener que replicar el pasado, enfocándose todos los esfuerzos de cálculo hacia el presente y el futuro inmediato.

En todo caso es indiscutible el hecho de que el planificador debe sopesar siempre las ventajas de este tipo de simplificaciones *versus* la vida media (o periodo de validez) del modelo que se proponga. Esto se debe a la calidad de estabilidad de la estructura de los postulados fundamentales, frente al medio ambiente cambiante ante el cual puede perder su validez o relevancia empírica. Debido a esta última afirmación, resulta recomendable incluir en todo modelo un subconjunto de parámetros "de arrastre" o constantes estructurales cuya ocurrencia programada permita una revisión periódica que refleje si ha habido cambios en las condiciones ambientales iniciales, y de qué tipo son. Con esto se evitan complicaciones gratuitas de formulación si el caso fuera el de incluir explícitamente todos los posibles cambios futuros en el modelo.

## 7. Estrategias para la postulación de modelos

Íntimamente relacionados con la estrategia de diseño de un modelo, se encuentran los planes para operar el modelo, por ejemplo el o los criterios algorítmicos de solución. Este plan debe incluir la descripción de los pasos concretos que deben efectuarse a partir del tiempo en que se disponga de los datos, hasta que se obtienen los resultados.

Existen cuatro métodos realmente prominentes que sirven de estrategia general, y elegir uno de ellos en particular, dependerá con mucho del grado de coherencia lógico-matemática del propio modelo.

1) El método más ordenado y elegante es, sin duda, el analítico. Frecuentemente este método sólo se aplica en aquellos modelos que exhiben una estructura lógica muy estricta, y cuyas relaciones funcionales internas carecen de las complicaciones de la no linealidad y discontinuidades. Concretamente, la solución del conjunto de ecuaciones que constituyen al modelo se resuelve analíticamente bajo el marco establecido por las relaciones directas entre variables de salida y variables de entrada. Por ejemplo, en el caso de las dos ecuaciones anteriores, el sistema se puede resolver analíticamente, considerando que:

Sistema

$$\begin{aligned} Y_{t+1} &= A + BX_t \\ X_t &= C + DY_{t-1} \end{aligned}$$

Consecuentemente

$$\begin{aligned} Y_t &= A + BC + BDY_{t-2} \\ Y_{t+2} &= A + BC + BDY_t \\ Y_{t+3} &= A + BC + BDY_{t+1} \\ Y_{t+4} &= (1 + BD)(A + BC) + B^2D^2Y_t \end{aligned}$$

$$Y_{t+n} = (1+BD) (A+BC) + B^2D^2Y_{t+1}$$

Etcétera.

Si bien no se propone la solución general  $Y_{t+n}$  sí se plantean expresiones mucho más simples para  $Y_{t+1}$  (?). Justo aquí conviene mencionar que en los casos en que los modelos adolecen de estabilidad lógica, o bien, cuyas estructuras se encuentran sobrecargadas de relaciones matemáticas complejas o inconvenientes, puede proseguirse su computación empleando, como alternativa a la solución analítica, el criterio del método iterativo.

2) El método iterativo comprende por sí, un procedimiento de búsqueda de un conjunto de valores de salida o resultados que satisfacen todas las ecuaciones del modelo. Su forma de operar se inicia considerando un subconjunto de supuestos valores aproximados para

algunas de las variables; y para las restantes, valores calculados analíticamente. Este primer conjunto de respuestas se emplea como base para iniciar el cómputo de un segundo conjunto de aproximaciones que servirán para sustituir los valores inicialmente encontrados, y así sucesivamente se repite el proceso hasta encontrar una aproximación aceptable. Excepto para algunos casos degenerados, los valores solución “convergerán” eventualmente, esto es, si se continúa el proceso iterativo; después de cierta iteración, no se obtendrán cambios o diferencias de valores. Mecánicamente, el procedimiento resulta muy similar a una progresión recursiva de un sistema autoequilibrado; sin embargo, un proceso iterativo no necesariamente implica una sucesión operando sobre el tiempo, o una sucesión de tipo causal. Uno de los inconvenientes de este método es que falla en el señalamiento de la existencia de cómputos alternativos de soluciones, lo cual, eventualmente puede significar una gran importancia para la interpretación de resultados.

3) Existen modelos de fenómenos sociales que, aunque ambiciosos, no reúnen las condiciones ya sea de los métodos analíticos o de los métodos iterativos para encontrar las soluciones, lo cual se debe en principio al alcance de sus pretensiones. Aclarando un poco más esta afirmación, se tienen experiencias relativas de que a medida que se intentan abarcar demasiados fenómenos obviamente relevantes, el rigor matemático se debilita y consecuentemente se reduce la estabilidad lógica. Para modelos con estas características, o modelos débilmente articulados, el mejor recurso de solución puede ser la técnica de simulación. En principio, el modelo debe especificar una estructura de “eventos”, indicando paralelamente las consecuencias inmediatas de cada evento sobre una o varias variables que representan al recurso o a la población. Al especificar (en-

dógenamente) algún cambio de magnitud en un recurso, se deberá determinar una forma que permita inducir nuevos eventos; sin embargo, y de manera característica, la principal fuente de nuevos eventos generalmente resulta ser exógena. De hecho, las simulaciones más sofisticadas (modelos estadísticos o Monte Carlo) generan sus eventos exógenos por una selección aleatoria de entre un conjunto de posibilidades con una distribución de frecuencias dada. En este caso, la principal tarea de la computadora es la de mantener una contabilidad de todos los recursos intervinientes, la cual se altera sólo cuando responde a los eventos. Éste es el método menos apropiado para tratar de obtener proyecciones explícitas aunque no así para probar la sensibilidad del modelo (consecuentemente del mundo real representado por el modelo) ante diversos conjuntos de eventos exógenos.

4) Finalmente, se tiene el método conocido como "interacción hombre máquina", en el que los procesos de computación de datos de entrada, se interrumpen periódicamente, aprovechando esto para leer el estado intermedio del sistema, a fin de efectuar un examen por parte del participante humano en el proceso. Como resultado de tal examen, se puede proceder a un ajuste de resultados intermedios dependiendo del juicio del analista, quien también puede usar estos resultados intermedios como base de una política decisional, la cual se realimenta a la computadora como si se tratara de un cambio exógeno en los valores para ciertas variables y parámetros dados. La presencia de este analista, como ya se habrá intuido, se debe a la falta de confianza que tiene el planificador en que su modelo se comporte sensiblemente bajo circunstancias poco usuales.

### 8. *Coda*

Para terminar sólo resta decir que ante todo, el proceso de elaboración de modelos siempre será educativo, y quienes participen en esta actividad encontrarán sin duda que su percepción se agudiza a medida que progresa el diseño y que sus horizontes críticos se extienden, aumentando así sus habilidades profesionales. Éste es el resultado neto del ejercicio necesario y constante para enmarcar problemáticas en sistemas formales, lo cual obviamente no se logrará de no existir en el modelista un conocimiento amplio y fundamentado en la teoría sociológica.