ÓSCAR URIBE VILLEGAS

ESTUDIO DE LAS VARIACIONES EN LA DISTRIBUCIÓN DEL PRESUPUESTO FAMILIAR COMO MEDIO DE PRACTICAR LAS INTERPOLACIONES ESTADÍSTICAS

ESTA NOTA tiene un ámbito considerablemente limitado. Su propósito principal consiste en brindar a quienes estudian Estadística Elemental, un cierto número de ejemplos sobre los que practicar la más sencilla de sus interpolaciones. Y se busca que esta práctica sea factible con datos concretos, si bien referentes a realidades muy restringidas, y que, además, pertenecen a un sector claramente determinado de los estudios sociales.

Por ello mismo, no busca esta nota, como su objetivo, el que los resultados de las elaboraciones que presenta se tengan como substantivamente importantes. Esta pretensión sería tanto menos justificable cuanto que en estas líneas no hacemos referencia alguna a los vanguardistas de estos estudios ni se toma en consideración su experiencia. Procedemos, a sabiendas, *como si* en este campo pudiera pensarse en partir de una *tabula rasa*, y nos sentimos justificados para proceder así en vista de nuestros propósitos muy limitados y modestos.

Tiene esta nota una finalidad predominantemente pedagógica y no lo oculta. Y, dentro de su misma orientación pedagógica, tratar de poner en práctica —en forma predominante o casi excluyente— una sola técnica en particular: la de la interpolación de rectas. Sin embargo, quien en cuanto estudiante siga de cerca esta presentación, podrá recoger alguna otra enseñanza, como puede ser la constituida por el que nos parece que es embrión de toda comparación (y, consiguientemente, de toda actitud experimental) dentro de los estudios sociales; o como aquella otra según la cual, los resultados que se obtienen al través de un trabajo estadístico si no complicado sí embarazoso, pueden permitir tan sólo interpretaciones bastante modestas que no hacen sino abrir el camino a la verdadera investigación sociológica, pero interpretaciones de las que —asimismo— no obstante su modestia, no conviene prescindir dentro de la propia investigación sociológica.

Gravitaremos, en las líneas siguientes, en torno de una serie de cuadros. Proceden éstos, casi en su totalidad, de la muy amplia y útil recopilación de datos que sobre la población y la producción mundiales hicieron los Woytinsky hace algunos años. Los cuadros elegidos se refieren a una población de familias (especificadas en lo local y en lo temporal en el título del cuadro correspondiente). Las familias han sido distribuidas en diversas clases estadísticas de ingreso cuyos límites han sido fijados en forma más o menos artificial, pero que en un caso concreto de investigación social pueden definirse en forma que resulte socio-económicamente significativa (determinándose en dicho caso particular, por ejemplo, cuál podría postularse que fuera el límite de los ingresos de las que, de acuerdo con una particular hipótesis de trabajo, se consideraran como "clases bajas", como "clases medias" o como "clases altas"). Frente a cada clase estadística se ha consignado el porciento que, en relación con el gasto familiar total, destinan las familias de esa clase estadística a alimentación, a renta, a vestido, etc.

Una simple comparación entre los cuadros en los que se nos brindan desnudamente los datos sin ninguna elaboración, permite observar que los cuadros no estaban destinados a servir a propósitos comparativos. En efecto, las categorías presupuestales que figuran en algunos de ellos no son las mismas que las categorías presupuestales que figuran en otros. Con vistas a la planeación de una investigación de tipo comparativo, es necesario señalar la importancia que tiene someterse siempre a una misma lista de categorías y, como requerimiento previo, la que tendrá el elegir de entre las múltiples listas posibles, la mejor (la mejor en relación con los requerimientos específicos de la investigación).

Esta simple observación metodológica, no impide el que en la comparación entre los distintos cuadros presentados se pueda observar de inmediato —si se sigue en uno de los cuadros la serie de porcientos correspondientes a una misma columna— que no todas las familias dedican el mismo porciento de su presupuesto al mismo renglón presupuestal. Y la observación es menos obvia de lo que parece. Nos parecería casi totalmente obvio que se nos señalara que las familias que tienen diferentes ingresos no dedican las mismas *cantidades* (expresadas en cifras absolutas) de dinero, a la compra, por ejemplo, de sus alimentos. Pero, antes de observar los datos consignados en los cuadros que subsiguen, podría pensarse, sin desdoro, que aun cuando dedicando diferentes *cantidades* a un renglón determinado de su presupuesto, todas las familias, independientemente de la clase estadística a que perteneciesen, podrían dedicar el mismo *porciento* de su presupuesto a dicho renglón. Así, podría pensarse que todas las familias de una población habrían de dedicar el cincuenta por ciento de sus ingresos a alimentación. La simple observación de las cifras que tenemos a la vista bastaría para desmentir esta hipótesis. En el primer cuadro puede observarse que mientras las familias correspondientes a la clase estadística de ingreso anual comprendido entre los 900 y los 1 200 dedican el 43.4% de su presupuesto a alimentación; en el caso de las familias cuyo ingreso anual está comprendido entre los 2 100 y los 2 500 dólares, la alimentación sólo absorbe el 37.2% del ingreso total.

Por otra parte, antes de tener a la vista los datos específicos con los que contamos, podríamos formar toda clase de conjeturas acerca de la forma en que podría variar el porciento dedicado a cada uno de los renglones presupuestales al variar los niveles de ingreso familiar. Sólo la observación atenta de las cifras es capaz de indicar, por ejemplo, que el porciento del presupuesto destinado a la agricultura *desciende* conforme *asciende* el nivel del ingreso familiar.

¿En qué forma desciende ese porciento del ingreso dedicado a alimentación conforme asciende el nivel del ingreso familiar? Esta es una pregunta que difícilmente puede contestarse a base de la pura observación de las cifras contenidas en los cuadros. Para darle respuesta, es indispensable recurrir a alguna forma de elaboración estadística que, en el caso, es la interpolación de una curva (en cuanto término genérico que abarca como especie a la recta o "curva de primer grado").

Interpolar una curva (o sea, hacer pasar entre los "polos" o extremos de la gráfica correspondiente a la serie de valores) o perecuar una polinomial a la serie de datos constituidos por los niveles de ingresos y los porcientos dedicados a un renglón presupuestal representa, a su vez, determinar, en el caso: 1º—Si el porciento del presupuesto dedicado al renglón de que se trate crece, decrece o crece y decrece al aumentar el nivel del ingreso familiar (ratificando o rectificando en definitiva la impresión recogida por la simple observación de los datos de la serie); 2º—Si, dentro de ciertos márgenes de probabilidad, puede postularse que el crecimiento o decrecimiento obedece a determinada ley, precisando cuál puede ser la forma matemática de dicha ley y, al través de ello, cuál es el ritmo de crecimiento o decrecimiento porcentual por un aumento unitario del presupuesto familiar.

Cuando se cuenta con datos que ya se encuentran adscritos a clases determinadas de ingreso, establecidas en forma más o menos artificiosa, y que no podemos modificar por no contar con los datos originarios (datos no ordenados ni clasificados que nos podrían permitir otras ordenaciones y clasificaciones más acordes con nuestras finalidades de investigación), son asimismo limitadas las posibilidades entre las que se puede optar en cuanto a la postulación de una ley matemática regente del fenómeno.

En los cuadros con los que trabajamos apenas si aparecen seis o siete clases de ingreso y, de ellas una por lo menos nos es prácticamente inútil en cuanto abierta por su extremo superior ("2 500 dólares o *más*"). De ahí que apenas si sea prudente probar con dos formas alternativas de interpolación o perecuación. En el caso, en cuanto es tan limitado el número de datos, parecería prudente probar, tan sólo, con la recta. Sin embargo, si recordamos que (si bien procedemos casi como si tuviésemos *tabula rasa),* hay antecedentes en el sentido de considerar que estas variaciones presupuestales se rigen por leyes hiperbólicas, bien podemos intentar la interpolación de una hipérbola.

Son éstas las dos cosas que hemos hecho en dos de los cuadros subsecuentes. Hemos tomado la serie bivariada de los niveles de ingreso familiar y de los porcientos empleados en alimentación, de las familias estadounidenses, durante los años de 1917 a 1919. A esta serie le hemos interpolado, por una parte, una recta; por otra, una hipérbola.

Con vistas a las interpretaciones, debemos decir que hemos tomado como unidad en cuanto a niveles de ingreso "miles de dólares" y no "dólares" a fin de facilitar las operaciones. De ahí que la primera clase (de menos de 900 dólares) quede especificada por el punto medio (x) .45 correspondiente a los límites 0 y .90.

Como resultado de cada una de estas interpolaciones, obtuvimos dos resultados completamente distintos. En un caso, obtuvimos la ecuación $y = 47.75 - 4.67\,x$; en el otro, la ecuación $y = 37.22 + 4.08\,x^{-1}$.

Los significados de estas ecuaciones diferentes difieren asimismo entre sí. De acuerdo con la primera, conforme *aumente* el ingreso familiar (x) *disminuirá* el porciento dedicado a alimentación (puesto que de la constante 47.75 hay que *restar* un múltiplo de x). En cambio, de acuerdo con la segunda, conforme *aumente* el ingreso familiar (x) *disminuirá* también, pero disminuirá *en forma diferente* el porciento dedicado a alimentación (en cuanto que al aumentar x disminuirá x^{-1} o sea su recíproco y su múltiplo que hay que *sumar* a otra constante 37.22 un tanto menor que la de la recta). O sea, que si bien las dos interpolaciones afirman, por diferentes caminos, lo que habíamos creído poder afirmar a partir de nuestra simple observación de los datos, hacen dicha afirmación en forma diferente: ambas afirman que hay disminución en el porciento dedicado a alimentación conforme aumenta el nivel de los ingresos; pero afirman que esta disminución se produce en forma distinta.

Difieren estas ecuaciones, dentro de su fundamental convergencia, en cuanto que las mismas señalan lo siguiente. De acuerdo con la primera, conforme descienda el ingreso familiar acercándose a cero, el porciento del presupuesto destinado a alimentación tenderá a ser igual a un 47.75% del total; o sea que, dentro de las condiciones dadas de la población estudiada en el periodo que se señala, el presupuesto máximo para alimentación sería de un 47.75% del total.

En cambio, de acuerdo con la segunda ecuación, al disminuir el nivel de los ingresos y aproximarse a cero, el porciento del presupuesto dedicado a alimentación crecería desmesuradamente y aun tendería a crecer indefinidamente en una forma que se presta asimismo a interpretación sociológica como apuntamos en seguida.

En el pequeño cuadro adicional pueden observarse las variaciones en el porciento destinado a alimentación cuando el presupuesto familiar total se reduce en forma creciente, en caso de ser válida la ley hiperbólica de variación de dicho porciento. Dicho cuadro muestra que cuando x vale 1 (o sea, cuando el presupuesto es de mil dólares anuales) el porciento del presupuesto dedicado a alimentación es de 41.30% (es decir, que se gastan 413 dólares anuales en alimentación); cuando el prespuesto se reduce a una décima parte ($x = 0.1$, o sea a 100 dólares), el porciento dedicado a alimentación se eleva a 71.02% (o sea, que se consumen 71 dólares en alimentación); si suponemos que el presupuesto total se reduce (o, mejor aún, que el ingreso total se reduce) a una centésima parte ($x = 0.01$, o sea a 10 dólares), el porciento dedicado a alimentación se eleva a una cifra que, de primera intención, tiene que parecernos absurda, ya que obtenemos como porciento del gasto total dedicado a alimentación un 445%. La interpretación de esta cifra absurda, como la de todas las subsecuentes quedaría abierta a discusión. Sin embargo, la misma parece indicar que dentro de cada sociedad debe haber un punto en el cual *la totalidad* del ingreso se consumirá en la alimentación, y que, por encima (en realidad por debajo) de dicho nivel, no sólo se consume la totalidad del ingreso en alimentación, sino que es indispensable depender, para la pura y simple alimentación, de fuentes de obtención de alimento externas a lo que, en sentido más riguroso, puede denominarse "ingreso". En el caso concreto de que nos ocupamos, el punto crítico en el que la totalidad del ingreso se consumiría en alimentación puede calcularse. El procedimiento es el que sigue.

Haremos a y igual con 100 en la ecuación de la hipérbola. Con ello, tendremos:

$$100 = 37.22 + 4.08\,x^{-1}$$

En seguida despejaremos a x. Para ello, pasaremos 37.22 al otro miembro con signo contrario (restando):

$$100 - 37.22 = 4.08\,x^{-1}$$

$$62.78 = 4.08\,x^{-1}$$

Pasaremos asimismo a 4.08 al otro miembro (como divisor):

$$\frac{62.78}{4.08} = x^{-1}$$

Y tomaremos el recíproco de ambos miembros:

$$\frac{4.08}{62.78} = x$$

Con lo cual, obtendremos como valor de x:

$$x = 0.065$$

O sea que cuando el ingreso familiar anual hubiese sido para una familia estadounidense de los años comprendidos entre 1917 y 1919 de $0.065 \times 1\,000$ (dólares), o sea, de 65 dólares, dicha familia habría consumido la totalidad de su ingreso en alimentación. Esta determinación puramente estadística no tiene nada que ver con consideraciones de otro orden, como las que pudieran desprenderse del hecho de que con 65 dólares al año ninguna familia hubiese podido subsistir ni aun consumiendo íntegramente su ingreso en alimentación. Tampoco tiene que ver con la consideración que habría que hacer, o con la investigación que habría que realizar en casos concretos acerca de la forma en que a pesar de todo hubiera podido subsistir alguna familia determinada que hubiese vivido en dichas condiciones, en cuanto dependiente de otras fuentes de vida o en cuanto subsistente gracias a latrocinios u otros medios semejantes de obtener satisfactores tanto alimenticios como de otro tipo. Se trata de casos límite, pero de casos límite que, en ciertas ocasiones pueden brindar valiosa enseñanza y que, por lo mismo, no deben quedar sin examen en un estudio estadístico social, en cuanto son precisamente ellos (los que conducen a un absurdo a la explicación estadística más desnuda) los que pueden descubrir asimismo las vetas más valiosas a la ulterior investigación sociológica.

Las dos ecuaciones siguen difiriendo en significado en otro aspectos. Si se toma la derivada de la ecuación de la recta se obtiene:

$$D_x y = -4.67$$

Si se toma la derivada de la ecuación de la hipérbola, se obtiene:

$$D_x y = -4.08\, x^{-2}$$

En cuanto en el primer caso se trata de una constante (4.67) afectada de signo negativo (—), puede afirmarse que la función (porciento dedicado a alimentación) disminuye 4.67% por cada unidad de aumento (por cada mil dólares de aumento) de la variable independiente (o sea, del ingreso anual total de la familia).

En cuanto en el segundo caso se trata del producto de una constante (4.08) dividida (exponente negativo de x) entre el cuadrado de una variable (x^2) y afectado todo por el signo menos, puede afirmarse que el porciento dedicado a alimentación disminuye (—) con cada aumento unitario del ingreso (por cada 1 000 dólares adicionales de ingreso), pero que disminuye en forma variable. Para apreciar esta variabilidad, hay que considerar que, *conforme x sea menor,* su cuadrado será menor y por lo mismo, el denominador de la fracción $4.08/x^2$ ($= 4.08\, x^{-2}$) será menor y hará con ello *mayor* el valor de la fracción y, viceversa, conforme x sea mayor será menor la fracción. O sea, que en el caso de la hipérbola, lo que se afirma es que: al aumentar el ingreso disminuye el porciento dedicado a alimentación, pero esta disminución (dada por toda la fracción) es menor conforme mayor es el ingreso. En efecto, en este sentido, habrá un punto en el que prácticamente la disminución del porciento será insignificante. Si fijamos qué es lo que consideramos como "insignificante" en el caso concreto, podremos determinar asimismo ese otro "caso-límite". Para ello el procedimiento será el siguiente.

Hemos trabajado con porcientos que están dados con un decimal de aproximación. Esto quiere decir que no nos interesa ya una disminución que esté por debajo de 0.1%. La cifra más inmediata, de orden inmediato inferior, es de 0.09%. O sea, que en forma más o menos arbitraria, consideramos que cuando el decremento en el porciento destinado a alimentación sea de -0.09% consideraremos el caso como caso-límite. El decremento está representado en general por la fracción $-4.08/x^2$. O sea que:

$$-0.09\% = \frac{-4.08}{x^2}$$

$$x^2 = \frac{-4.08}{-0.09} = 45.33$$

$$x = \sqrt{45.33} = 6.7$$

Este caso-límite se producirá, por tanto, cuando el ingreso sea de 6.7 unidades, o sea, cuando alcance a 6 700 dólares anuales el ingreso familiar.

Pero, hemos estado hablando de dos ecuaciones que, por lo menos, se nos presentan como formas alternativas de expresar matemáticamente la ley que rige las "variaciones del porciento presupuestal dedicado a alimentación" frente a las "variaciones del monto total del ingreso familiar". Hemos dicho asimismo que los significados de estas expresiones alternativas difieren entre sí, si no substancialmente, sí en algunos de sus aspectos importantes. De acuerdo con ello, habrá que preguntarse si una de estas expresiones es preferible a la otra y, consiguientemente, si hay que considerar como preferibles las interpretaciones que pueden obtenerse de una de ellas en contraste con las que pueden desprenderse de la otra.

Para hacer esta determinación puede recurrirse a criterios estadísticos o a criterios extraestadísticos.

Como criterio estadístico, podemos tomar el siguiente. De entre las dos curvas interpoladas o sus correspondientes ecuaciones deberá preferirse aquella que permita obtener un error probable menor. En estas condiciones, hemos procedido a calcular el error probable de la hipérbola, calculando —a partir de la ecuación correspondiente en que habremos substituido x por sus valores— los porcientos teóricos dedicados a alimentación, determinando en seguida las desviaciones de estos valores teóricos con respecto a los reales y obteniendo finalmente la media cuadrática de estas desviaciones. Procedimos en forma análoga al cálculo del error correspondiente a la ecuación de la recta. En esta forma obtuvimos: como error para la hipérbola ± 1.33; como error para la recta ± 0.27. O sea, que el error para la recta fue menor que el error obtenido para la hipérbola.

¿Qué significa que el error que corresponde a la recta sea menor que el que corresponde a la hipérbola? Significa que la recta se adapta mejor, o sigue más de cerca las visicitudes realmente observadas en las variaciones del porciento presupuestal dedicado a alimentación. El criterio nos asegura, en esta forma, un mayor ceñimiento a lo realmente observado. O sea, que la recta describe con mayor fidelidad que la hipérbola los datos con los que hemos trabajado. Si lleváramos las cosas al extremo, diríamos que la ecuación óptima sería la que reprodujese sin desviación alguna los valores observados (en caso de que esto fuera factible), pues ella nos permitiría obtener un error nulo. ¿Cuál es, de acuerdo con esto, la ventaja que derivamos de substituir una serie de valores como la que nos proporciona la tabulación de nuestros datos, por una ecuación que quizá, en caso de llegar a afinarse hasta ceñirse completamente a los datos resultaría tan complicada como los datos mismos que sirvieron de punto de partida? La ventaja consiste en que, mediante las elaboraciones correspondientes (aun en el caso en el que la ecuación no se convierte en versión taquigráfica de la serie) se han puesto de manifiesto ciertas relaciones matemáticas que en la simple secuencia de los datos permanecían ocultas... En todo caso, no se trata de obtener una ecuación óptima *absolutamente*, sino de obtener, de entre las varias curvas-ecuaciones interpolables-perecuables, aquella que para fines prácticos resulte preferible. En el caso, de entre la hipérbola y la recta, resulta preferible la recta, en cuanto le corresponde un error menor.

Nuestra preferencia por la recta ha dependido exclusivamente de un criterio estadístico; es la recta, de las dos curvas que hemos intentado interpolar la que estadísticamente describe mejor o con un mínimo de desviación promedial la serie estudiada.

De acuerdo con un criterio extraestadístico pudiera muy bien ocurrir que no fuera la recta sino la hipérbola la que resultara preferible. En efecto, ya hemos visto lo estimulante que para una investigación ulterior puede resultar el extrapolar en los dos sentidos posibles (hacia los valores bajos y hacia los valores altos) la hipérbola interpolada. En contraste podemos ver lo que ocurre en caso de extrapolarse en ambos sentidos la recta interpolada. Si la recta se extrapola hacia los valores bajos del ingreso, el porciento que representa en cuanto destinado a consumo alimenticio aumentará aun cuando *no* dentro de los patrones de aceleración propios de la hipérbola. Pero, no es tanto este extremo de la extrapolación el que nos interesa, sino el otro. En efecto, si hacemos que aumente el ingreso, el porciento destinado a alimentación irá disminuyendo progresivamente hasta llegar a anularse. Y ¿cabe preguntar si tiene significación el que llegue un momento en que alcanzado determinado nivel de ingresos, el porciento dedicado a alimentación sea de 0%? Aun cuando incluso este caso-límite podría ser susceptible de interpretaciones más o menos artificiosas, el mismo parece advertirnos en contra de dar con demasiado apresuramiento como válida la recta interpolada.

Si, de acuerdo con esto, el criterio estadístico y el criterio extra-estadístico parecen apuntar en direcciones opuestas, ¿cuál es la decisión que debemos de tomar? La decisión estará condicionada en buena parte por las limitaciones del estudio que hemos emprendido. Es probable que una distribución de los datos originarios en clases distintas (limitadas en forma diferente a aquella en que se nos han brindado) pusiera fácilmente de relieve la conveniencia de adoptar la hipérbola en vez de la recta. Sin embargo, las limitaciones que hemos reconocido en el punto de partida nos impiden partir de los datos auténticamente originarios, rearreglarlos y hacer una elección más adecuada. De ahí que, de acuerdo con nuestras limitaciones, aceptemos como válida la interpolación de la recta, sin que al hacerlo prejuzguemos de la validez de la misma por debajo de 0 o por encima de 2 500 dólares anuales de ingreso familiar (que son precisamente el límite inferior de la primera clase estadística de ingreso, y el límite superior de la que, para nuestros usos, hemos considerado como última clase estadística de ingreso).

De acuerdo con lo anterior, elegimos como ecuación de interpolación la recta (más específicamente, el segmento de recta) especificado en la forma siguiente:

Recta $$y = 47.75 - 4.67\,x$$

Recta especificada como segmento de recta: $$\left[y = 47.75 - 4.67\,x\right]_{x=0}^{2.5}$$

Esta última expresión indica que le reconocemos validez a la expresión exclusivamente dentro de los límites asignados, o sea cuando x es igual o mayor que 0 y menor o igual a 2.5. Esta última condición puede expresarse también como:

$$0 < x < 2.5$$

Hasta este punto, nos hemos referido exclusivamente al porciento presupuestal gastado en alimentación. Sin embargo, aunque el estudio de estas variaciones pueda ser importante, no basta para conocer, así sea en una primera aproximación, las variaciones de los distintos renglones del presupuesto familiar. Es por ello por lo que, en seguida, hemos calculado para la misma población y el mismo periodo, los valores de los renglones restantes.

Con fines comparativos, hemos dado por supuesto que todos los renglones presupuestales obedecen, en sus variaciones, a leyes expresables mediante ecuaciones de primer grado. Esto puede no ser así; pero en caso de no serlo, enfrentaríamos una alternativa semejante a la enfrentada en el caso de la recta y la hipérbola como soluciones alternativas en el caso de la alimentación, y la situación tendría que resolverse en forma parecida. De haber una invalidez de la hipótesis rectilínea en el caso de algunos renglones y validez de la misma para otros, se presentaría la dificultad adicional —que no siempre resulta fácil enfrentar en los primeros pasos del estudio estadístico— consistente en comparar curvas correspondientes a sistemas diferentes (rectilíneo, parabólico, hiperbólico, logarítmico, etc.). Nuevamente, como nuestro propósito consiste simplemente en lograr una primera aproximación al problema, y en cuanto hemos tenido que trabajar con datos de segunda mano, hemos creído preferible establecer la comparación sobre la base de la aceptación de la hipótesis rectilínea para todos y cada uno de los renglones enfrentados.

Esto nos da la oportunidad de presentar la mecanización del procedimiento de interpolación en casos como éste en que se trabaja con múltiples series de características análogas.

En efecto, el cuadro general de Cálculo de estas interpolaciones incluye:

1. Una columna común para todas las series en las que se consignan las x o puntos medios de cada una de las clases estadísticas de ingreso.
2. Tantos pares de columnas como renglones presupuestales se consideren, los que, en el caso, han sido encabezados "renta", "luz y combustibles", "muebles", "vestido", "otros". La primera columna de cada par sirve para registrar los porcientos de presupuesto dedicados al renglón correspondiente por cada una de las clases estadísticas de ingreso. La segunda columna del par sirve para consignar el producto de cada punto medio de la clase de ingresos por el porciento presupuestal consagrado al renglón de que se trate.
3. Una columna común para todas las series, en la que se consignarán los cuadrados de las x o puntos medios de las clases de ingreso.

Formado este cuadro, mecánicamente habrá que obtener las sumas de todas y cada una de las columnas. En seguida, se obtendrá un eliminante común para todo el sistema, o sea un determinante en el que figuren: en una columna, el número de datos y la suma de la primer columna del cuadro; en la otra esa misma primera suma y la suma de la última columna del cuadro. Fue así como, en el caso concreto, se obtuvo como valor del eliminante común 13.08. En seguida, se formará para cada renglón presupuestal un determinante que se obtiene al substituir en el eliminante los 2 valores de la primera columna por la suma de las yes correspondientes y por la suma de los productos de dichas yes por las equis. Los valores obtenidos de estos determinantes (243.464, 92.843, 39.427...) divididos entre el eliminante común (13.08) permitirán obtener los términos independientes de x en la ecuación de la recta (18.61, 7.09, 3.01...). En forma parecida, para obtener los valores de los coeficientes de x en dicha ecuación se formará, para cada renglón presupuestal, otro determinante obtenido al substituir en el eliminante los dos valores de la segunda columna por la suma de las yes y por la suma de los productos de dichas yes por las equis correspondientes; los valores de dichos eliminantes (−35.275, −15.24, 15.41...) divididos entre el eliminante del sistema (13.08) permiten obtener los coeficientes de equis en cada una de las ecuaciones rectilíneas de interpolación (−2.69, −1.17, 1.17...).

Por este procedimiento es posible obtener una serie de ecuaciones de interpolación que rigen las variaciones de los porcientos presupuestales dedicados a cada renglón del presupuesto familiar, según se consigna en el cuadro subsecuente. Este muestra, por ejemplo: que, conforme el nivel de ingresos está más próximo de cero, la alimentación absorbe el máximo porciento del presupuesto (47.75) siguiéndole la renta y el vestido (18.61 y 12.18 por ciento) y, en su orden, la luz y el combustible, y el mobiliario (7.09 y 3.01% respectivamente). Rebasado este punto, puede observarse que la alimentación, la renta y la luz y el combustible decrecen en relación con el presupuesto consumido conforme aumenta el nivel de ingresos, en tanto que, en contraste, conforme aumenta el nivel de ingresos, aumenta el porciento presupuestal gastado en mobiliario y vestido (en efecto, los coeficientes de x en los tres primeros casos son negativos y los de los dos últimos casos son positivos). Se puede observar también que los decrementos porcentuales que acompañan al incremento en el nivel de ingresos son máximos en el caso de la alimentación (4.67), mínimos en el caso de la luz y el combustible (1.173 y medios en el de la renta (2.69). Asimismo, los incrementos en el porciento presupuestal gastado afectan más al vestido (2.99) que al mobiliario (1.17).

En los cuadros que hemos utilizado originariamente, hemos tratado con la distribución de los egresos en las familias de empleados cuyos ingresos se especificaron en Estados Unidos de América en los periodos de 1917-19 y en el periodo 1934-36, y hemos hecho las elaboraciones correspondientes al primer periodo. El lector estudiante de Estadística puede fácilmente, siguiendo el mismo procedimiento, elaborar los datos del periodo correspondiente a los años comprendidos entre 1934 y 1936. En seguida, puede comparar sus resultados (naturalmente distintos) con los obtenidos aquí para el periodo previo y puede determinar en esta forma en qué renglones presupuestales varió y cómo varió la distribución hecha por las diferentes familias situadas en los diversos niveles de ingreso.

En seguida presentamos dos cuadros complementarios que dan la distribución porcentual de los egresos en el caso de las familias rurales y de las familias urbanas, para un mismo periodo. Estos cuadros difieren —para mal— de los anteriores; difieren en que son menos detallados en el análisis del presupuesto, ya que aquí figuran sólo tres renglones presupuestales (alimento, abrigo, vestido) frente a cinco que figuraban en los primeros cuadros (alimento, renta, luz y combustible, muebles, vestido). Difieren —para bien— en que se ha hecho una distinción de las familias de acuerdo con el número de miembros (familias de dos miembros, de tres a seis miembros y de siete o más), que no figuraba en los primeros cuadros. La distinción es importante porque, a igualdad de nivel de ingresos, puede anticiparse, hipotéticamente, que tendrán un nivel de vida inferior las familias que tengan mayor número de miembros, y tendrán nivel de vida superior las familias constituidas por menor número de miembros.

Como un índice del nivel de vida puede considerarse la forma en que se distribuye el ingreso entre los diversos niveles presupuestarios, pues ya hemos visto que las familias de bajos ingresos consumen un alto porciento de su presupuesto en alimentación.

De acuerdo con lo anterior, nuestra hipótesis de que "las familias con alto número de miembros es probable que tengan un nivel de vida más bajo que el que les correspondería en razón de su nivel de ingreso, en caso de tener menor número de miembros" se nos convierte en la siguiente expresión, mucho más concreta y más fácil de verificar en cuanto hipótesis: "las familias constituidas por un alto número de miembros es probable que destinen a alimentación un porciento de su presupuesto tan alto o casi tan alto como el que destinan a ese mismo fin familias situadas en un nivel inferior de ingreso, pero que están constituidas por un menor número de miembros".

En efecto, puede observarse que si se mantienen como distintos los niveles de ingresos dentro de lo rural y dentro de lo urbano, el nivel más bajo de vida (o sea, el porciento más alto destinado a alimentación) corresponde a las familias más numerosas y el nivel más alto (o el menor de los porcientos destinados a alimentación) a las familias menos numerosas, correspondiendo siempre el orden de los rangos a la sucesión "7 o más miembros", "3 a 6 miembros", "2 miembros". En cambio, cuando se mezclan los diferentes niveles de ingreso y se establecen los rangos que corresponden a los diferentes porcientos del presupuesto destinados a alimentación se observa cómo dentro de lo rural y dentro de lo urbano hay una imbricación de niveles y de prolificidad familiar, que parece comprobar la hipótesis.

Tomemos, en efecto, el caso del medio rural. Puede observarse que, tras la ordenación por rangos, las familias de 7 o más miembros ocupan los rangos más bajos (del 1º al 7º) sin lograr nunca un rango superior al 7º; en contraste, las familias de dos miembros ocupan los rangos más altos (del 5º al 12º) sin caer nunca por debajo del rango 5º. Por otra parte, aun dentro del campo de oscilación que en los rangos tienen las familias de siete o más miembros, existe mayor concentración en los rangos bajos de dicho campo (las familias de siete o más se subsiguen inmediatamente en los rangos 1º y 2º) y en forma parecida las familias de dos miembros aparecen más concentradas en la zona de los rangos altos.

Por otra parte, basta con entresacar algunos ejemplos, para percatarse de la influencia que el número de miembros tiene sobre el nivel de vida familiar; así, por ejemplo, en el propio medio rural, puede observarse que el porciento presupuestal gastado en alimentación es prácticamente igual (45.2 y 45.1) en el caso de familias de siete o más miembros que tienen el tercer nivel de ingreso y en el caso de familias de dos miembros que tienen el primer nivel de ingreso; o sea, que el nivel de vida de las familias numerosas que se encuentran hacia la mitad de la escala del ingreso iguala al nivel de vida de las familias poco numerosas que se encuentran al principio de dicha escala.

Sin que queramos agotar las posibilidades interpretativas de cada cuadro, queremos dejar alguna indicación de las que se presentan en cada caso.

Hemos tomado medio rural y medio urbano, y el haberlo hecho se presta a comparación. En la misma forma en que, a igualdad de ingreso, el aumento en el número de miembros de la familia determina una especie de degradación económica, muy comprensible por otra parte, pero que no se manifiesta en números absolutos de consumo alimenticio o de otro tipo sino en porcientos presupuestales destinados a tal gasto ¿es posible encontrar degradaciones comparativamente mayores o menores en el tránsito de la ciudad al campo, cuando permanecen constantes el nivel de ingreso y el número de miembros de la familia?

Con el fin de dar respuesta a la pregunta anterior, se elaboraron los siguientes cuadritos en los que se han contrapuesto los rangos que dentro de cada medio (rural o urbano) corresponden a cada nivel de ingreso y a cada volumen familiar de acuerdo con el porciento presupuestal destinado a alimento). En seguida, en un cuadro análogo de doble entrada, se han consignado las diferencias de rango.

En este último cuad ɔ, puede observarse que en el nivel más bajo de ingresos (I) los rangos son iguales para los diferentes volúmenes familiares, tanto en la ciudad como en el campo (diferencias nulas). En el siguiente nivel (II), no hay alteración en el rango en tratándose de las familias numerosas o de número medio de miembros (de siete o más o de entre tres y seis); en cambio, en ese mismo nivel de ingresos (II) las familias poco numerosas (de dos miembros) tienen un rango mayor (9) en el medio rural que en el medio urbano (7.5); o sea, que dichas familias, en caso de pasar del campo a la ciudad sin mejorar sus ingresos (aunque también sin disminuirlos) se degradan en 1.5. En el siguiente nivel de ingresos (III), sólo las familias numerosas (de siete o más miembros) no sufren alteración en cuanto a su rango; en cambio las medias (que pasan del octavo al de orden 7.5) sufren una ligera degradación (0.5) y lo propio ocurre con las poco numerosas (de dos miembros) que pasan del rango 10º al 9º y por lo mismo sufren una degradación de 1. En el nivel más alto de ingresos, la situación parece invertirse, ya que ni las familias poco numerosas ni las medianas sufren alteración alguna; en cambio, las familias numerosas (de siete o más miembros) que pasaran del nivel rural al urbano conservando el mismo nivel de ingresos, pasarían del rango 7º al 10º; o sea, que en este caso, habría una verdadera promoción social (de 3). Este paso del campo a la ciudad, para producir estos cambios, necesitaría representar también una auténtica *urbanización* de los migrantes correspondientes, pues sin ello, serían muy distintas las consecuencias de dicho tránsito.

Tratemos de aclarar un poco este punto. Puede darse el caso de que un rurícola se traslada a vivir en la ciudad convirtiéndose por ello en un urbanícola sin ser por ello necesariamente un urbanita; o sea, puede ser que un antiguo habitante del campo que se haya trasladado a la ciudad siga manteniendo, por un tiempo más o menos largo —que dependerá de la coerción social que ejerza la sociedad urbana misma, de las posibilidades de transculturación que brinde al migrante, etc.— los hábitos que tenía cuando vivía en el campo. En este caso, el último tipo de familia a que nos referimos: numerosa y de alto ingreso seguirá destinando un 39.8% de su presupuesto para alimentación, en vez de gastar, como los urbanitas auténticos de ese alto ingreso y del mismo número de miembros, tan sólo un 26.2% del presupuesto en alimentación. En tales condiciones, ese gasto porcentual del presupuesto en alimentación colocará al urbanícola recién llegado y no urbanizado aún en el tercer rango aproximadamente, que es, dentro de la escala de los géneros urbanos de vida, el rango que les corresponde a las familias del segundo nivel de ingreso (el que sigue al más bajo) y que están formadas por un alto número de miembros. Es decir, que, en tal caso, habrá habido una degradación del 7º al 2º rango (o sea una degradación de cinco) en vez de haber una promoción del 7º al 10º rango (o sea una promoción de tres) como la habrá en el momento en que cambiados los hábitos, el urbanícola recién llegado se convierta en urbanita auténtico.

Los últimos cuadros que presentamos en esta práctica de interpolaciones rectilíneas que ha tomado como pretexto el estudio de la distribución del presupuesto familiar contienen las interpolaciones correspondientes a los porcientos destinados a los diversos renglones por las familias rurales y por las familias urbanas. La comparación entre los resultados obtenidos para lo rural y para lo urbano en el caso de cada renglón presupuestal se facilita si se recurre a las ecuaciones que se han obtenido en uno y en otro caso. Como la comparación sigue vías ya conocidas no insistiremos en ella.

A pesar de la forma muy limitada en que se han realizado las diversas elaboraciones y se han arriesgado las diversas interpretaciones, nos parece que resulta claramente visible la conveniencia de emprender, con mayores medios y con un gran rigor, estudios de este tipo que, en nuestro país, en la mayoría de los casos, deberán iniciarse con la recolección misma de los materiales al través del conocido método de examen de las libretas del presupuesto familiar.

GASTOS DE LOS CONSUMIDORES:

Distribución de los egresos en las familias de empleados cuyo ingreso se especifica, en Estados Unidos de América, en los periodos de 1917-1919 y 1934-36.

Ingreso anual en Dólares	PORCIENTO DEL GASTO TOTAL EMPLEADO EN:					
	Alimento	*Renta*	*Luz y Comb.*	*Muebles*	*Vestido*	*Otros*
Menos de 900	45.5	17.2	6.6	3.2	13.8	13.7
900 1200—	43.4	15.4	5.9	4.5	14.9	15.9
1200 1500—	41.2	15.0	5.5	4.8	16.3	17.2
1500 1800—	39.9	14.3	5.0	5.3	17.1	18.4
1800 2100—	38.5	13.6	5.0	5.1	18.0	19.8
2100 2500—	37.2	12.6	4.4	5.5	19.2	21.1
2500 o más	37.9	10.8	3.6	4.5	21.7	21.5
			1934 - 1936			
Menos de 900	40.2	18.6	8.4	3.6	8.7	20.5
900 1200—	38.2	18.3	8.3	3.7	9.2	22.3
1200 1500—	36.4	17.5	7.8	3.9	10.0	24.4
1500 1800—	34.8	16.8	7.2	4.5	10.6	26.1
1800 2100—	33.7	15.9	6.5	4.2	11.2	28.5
2100 2500—	33.8	14.6	6.3	4.1	12.2	29.0
2500 o más	33.8	13.0	5.4	3.9	13.9	30.0

FUENTE: Department of Labor, Bureau of Labor Statistics, *Money Disbursements of Wage Earners and Clerical Workers,* 1934-36, Summary Volume, Bul-*letín* N° 638, 1941, p. 44. Reproducido en W. S. Woytinsky y E. E. Woytinsky: *World Population and Production Trends and Outlook.* The Twentieth Century Fund. New York, 1953, p. 271.

Interpolación de una hipérbola a los porcientos de consumo total dedicados a la alimentación por los diferentes grupos de perceptores de ingreso (de acuerdo con los datos del cuadro anterior).

1917 - 1919

Ingreso anual en dólares Clases estadísticas de perceptores de ingreso			*Porciento del gasto total empleado en alimento* y	*Ingresos medios de la clase en miles* x	x^{-1}	$x^{-1}y$	x^{-2}
Menos de 900		(convertido en de 0 a 900)	45.5	.45	2.222	101.1010	4.937284
900	1200—		43.4	1.05	0.952	41.3168	.906304
1200	1500—		41.2	1.35	0.741	30.5292	.549081
1500	1800—		39.9	1.65	0.606	24.1794	.367236
1800	2100—		38.5	1.95	0.513	19.7505	.263169
2100	2500—		37.2	2.30	0.435	16.1820	.189225
2500 o más		(eliminado)	245.7		5.469	233.0589	7.212299

Ecuación general: $y = a + bx^{-1}$

Ecuaciones de interpolación:

$$\Sigma y = Na + \Sigma(x^{-1})b$$
$$\Sigma yx^{-1} = \Sigma(x^{-1})a + \Sigma(x^{-2})b$$

$$245.7 = 6a + 5.469b$$
$$233.06 = 5.469a + 7.212b$$

Eliminante del sistema:

$$\begin{vmatrix} 6 & 5.469 \\ 5.469 & 7.212 \end{vmatrix} = 43.272 - 29.910 = 13.362$$

Determinante del numerador de a:

$$\begin{vmatrix} 245.7 & 5.469 \\ 233.06 & 7.212 \end{vmatrix} = 1\,771.988 - 1\,274.6 = 497.378$$

Determinante del numerador de b:

$$\begin{vmatrix} 6 & 245.7 \\ 5.469 & 233.06 \end{vmatrix} = 1\,398.36 - 1\,343.73 = 54.627$$

De donde: $a = 497.378/13.362 = 37.22$; $b = 54.627/13.62 = 4.08$

Ecuación de la hipérbola: $y = 37.22 + 4.08\,x^{-1}$

Interpolación de una Recta a los porcientos del consumo total dedicados a la alimentación por los diferentes grupos de perceptores de ingreso.

1917 - 1919

Ingresos medios de cada clase en miles de dólares anuales x	*Porciento del gasto total empleado en alimento* y	xy	x^2
.45	45.5	20.475	0.2025
1.05	43.4	45.570	1.1025
1.35	41.2	55.620	1.8225
1.65	39.9	65.835	2.7225
1.95	38.5	75.075	3.8025
2.30	37.2	85.560	5.2900
8.75	245.7	348.135	14.9425

Ecuación general: $y = a + bx$

Ecuaciones de interpolación:

$$\Sigma y = Na + b\Sigma x$$
$$\Sigma yx = a\Sigma x + b\Sigma x^2$$

$$245.7 = 6\,a + 8.75\,x$$
$$348.13 = 8.75\,a + 14.94\,x$$

Eliminante:
$$\begin{vmatrix} 6 & 8.75 \\ 8.75 & 14.94 \end{vmatrix} = 89.64 - 76.56 = 13.08$$

Determinante de a:
$$\begin{vmatrix} 245.7 & 8.75 \\ 348.13 & 14.94 \end{vmatrix} = 3670.758 - 3046.137 = 624.621$$

Determinante de b:
$$\begin{vmatrix} 6 & 245.7 \\ 8.75 & 348.13 \end{vmatrix} = 2088.78 - 2149.875 = -61.09$$

$$a = 624.621/13.08 = 47.75 \qquad b = -61.09/13.08 = -4.67$$

$$y = 47.75 - 4.67\,x$$

Cálculo de los porcientos del gasto total a partir del monto de los ingresos. Hipótesis: Función hiperbólica.

Ecuación general: $y = 37.22 + 4.08\,x^{-1}$

CÁLCULO DE LAS YES			CÁLCULO DEL ERROR DE AJUSTAMIENTO		
$x^{\ 1}$	$4.08\,x^{-1}$	$37.22+4.08x^{-1}$	*yes reales*	*d*	d^2
2.222	9.06576	46.29	45.5	0.79	0.6241
0.952	3.88416	41.10	43.4	2.30	5.2900
0.741	3.02328	40.24	41.2	0.96	0.8256
0.606	2.47248	39.69	39.9	0.21	0.0441
0.513	2.09304	39.31	38.5	0.81	0.6561
0.435	1.77480	38.99	37.2	1.79	3.2041
SUMA:					10.6440

$$\text{Error} = \pm\sqrt{\frac{10.6440}{6}} = \pm\sqrt{1.7740} = \pm\ 1.33$$

Cálculo de los porcientos del gasto total a partir del monto de los Ingresos Hipótesis: Función rectilínea.

Ecuación general: $y = 47.75 - 4.67\,x$

CÁLCULO DE LAS YES			CÁLCULO DEL ERROR DE AJUSTAMIENTO		
x	$-4.67x$	$47.75-4.67x$	*yes reales*	*d*	d^2
.45	— 2.1015	45.65	45.5	0.15	.0225
1.05	— 4.9035	42.85	43.4	0.55	.3025
1.35	— 6.3045	41.45	41.2	0.25	.0625
1.65	— 7.7055	40.04	39.9	0.14	.0196
1.95	— 9.1065	38.64	38.5	0.14	.0196
2.30	—10.7410	37.01	37.2	0.19	.0361
					.4628

$$\text{Error} = \sqrt{\frac{.4628}{6}} = \pm\ .27$$

Interpolaciones correspondientes a los porcientos del gasto total consagrados por las diversas clases estadísticas de ingreso a renta, combustible, mobiliario y vestido.

1917 - 1919

	RENTA		LUZ Y COMB.		MUEBLES		VESTIDO		OTROS		
x	y_1	y_1x	y_2	y_2x	y_3	y_3x	y_4	y_4x	y_5	y_5x	x^2
.45	17.2	7.740	6.6	2.970	3.2	1.440	13.8	6.210	13.7	6.165	0.2025
1.05	15.4	16.170	5.9	6.195	4.5	4.725	14.9	15.645	15.9	16.695	1.1025
1.35	15.0	20.250	5.5	7.425	4.8	6.480	16.3	22.005	17.2	23.220	1.8225
1.65	14.3	23.595	5.0	8.250	5.3	8.745	17.1	28.215	18.4	30.360	2.7225
1.95	13.6	26.520	5.0	9.750	5.1	9.945	18.0	35.100	19.8	38.610	3.8025
2.30	12.6	28.298	4.4	10.120	5.5	12.650	19.2	44.160	21.1	48.530	5.2900
8.75	88.1	122.573	32.4	44.710	28.4	43.985	99.3	151.335	106.1	163.580	14.9425

ELIMINANTE COMÚN: $\begin{vmatrix} 6 & 8.75 \\ 8.75 & 14.946 \end{vmatrix} = 13.08$

Determinantes del numerador de los términos independientes *(a)*

$$\begin{vmatrix} 88.1 & 8.75 \\ 122.6 & 14.94 \end{vmatrix} = \begin{array}{r} 1316.214 \\ -1072.750 \\ \hline 243.464 \end{array} \qquad \begin{vmatrix} 32.4 & 8.75 \\ 44.7 & 14.94 \end{vmatrix} = \begin{array}{r} 484.056 \\ -391.213 \\ \hline 92.843 \end{array} \qquad \begin{vmatrix} 28.4 & 8.75 \\ 43.9 & 14.94 \end{vmatrix} = \begin{array}{r} 424.296 \\ -384.869 \\ \hline 39.427 \end{array}$$

$$\begin{vmatrix} 99.3 & 8.75 \\ 151.335 & 14.94 \end{vmatrix} = \begin{array}{r} 1483.542 \\ -1324.181 \\ \hline 159.361 \end{array} \qquad \begin{vmatrix} 106.1 & 8.75 \\ 163.58 & 14.94 \end{vmatrix} = \begin{array}{r} 1585.134 \\ -1431.325 \\ \hline 153.809 \end{array}$$

Determinantes del numerador de los coeficientes de la variable independiente (b)

$$\begin{vmatrix} 6 & 88.1 \\ 8.75 & 122.6 \end{vmatrix} = \qquad \begin{vmatrix} 6 & 32.4 \\ 8.75 & 44.71 \end{vmatrix} = \qquad \begin{vmatrix} 6 & 28.4 \\ 8.75 & 43.985 \end{vmatrix} = \qquad \begin{vmatrix} 6 & 99.3 \\ 8.75 & 151.335 \end{vmatrix} = \qquad \begin{vmatrix} 6 & 106.1 \\ 8.75 & 163.58 \end{vmatrix} =$$

735.6	268.26	263.910	908.010	981.480
−770.875	−283.50	−248.500	868.875	928.375
−35.275	−15.24	15.410	39.135	53.105

Valores de los términos independientes *(a)*

243.464	92.843	39.427	159.361	153.809
13.08	13.08	13.08	13.08	13.08
18.61	7.09	3.01	12.18	11.75

Valor de los coeficientes de la variable independiente *(b)*

−35.275	−15.24	15.41	39.135	53.105
13.08	13.08	13.08	13.08	13.08
−2.69	−1.17	1.17	2.99	4.06

Ecuaciones obtenidas de la interpolación de rectas a los datos correspondientes al porciento del gasto total destinado a renta, combustible y luz, mobiliario y vestido por las diferentes clases estadísticas de ingreso en los Estados Unidos de Norteamérica en el periodo 1917-9.

Relación entre el monto medio de la clase estadística de ingreso *(x)* y el porciento del gasto total destinado a *alimentación* (y_0)

$$y_0 = 47.75 - 4.67\,x$$

Relación entre el monto medio de la clase estadística de ingreso *(x)* y el porciento del gasto total destinado a *renta* (y_1)

$$y_1 = 18.61 - 2.69\,x$$

Relación entre el monto medio de la clase estadística de ingreso *(x)* y el porciento del gasto total destinado a *luz y combustible* (y_2)

$$y_2 = 7.09 - 1.17\,x$$

Relación entre el monto medio de la clase estadística de ingreso *(x)* y el porciento del gasto total destinado a *mobiliario* (y_3)

$$y_3 = 3.01 + 1.17\,x$$

Relación entre el monto medio de la clase estadística de ingreso *(x)* y el porciento del gasto total destinado a *vestido* (y_4)

$$y_4 = 12.18 + 2.99\,x$$

Relación entre el monto medio de la clase estadística de ingreso *(x)* y el porciento del gasto total destinado a *otros gastos* (y_5)

$$y_5 = 11.75 + 4.06\,x$$

Distribución porcentual de los egresos de las familias rurales constituidas por diferente número de personas en los Estados Unidos de Norteamérica, de acuerdo con sus ingresos en el periodo 1935-36.

Número de miembros de la familia	*Ingreso anual en dólares*		Renglones presupuestales			
			Alimento	*Abrigo*	*Vestido*	*Otros*
D O S	750	1 000	45.1	30.2	6.4	18.3
	1 500	1 750	35.8	34.6	7.4	22.2
	2 500	3 000	30.4	37.9	6.9	24.8
	5 000	10 000	23.6	41.0	11.4	24.0
DE TRES A SEIS	750	1 000	50.9	21.3	9.5	18.3
	1 500	1 750	42.4	25.2	10.0	22.4
	2 500	3 000	37.9	26.6	10.6	24.9
	5 000	10 000	28.1	30.9	11.6	29.4
SIETE O MÁS	750	1 000	59.0	14.0	10.0	17.0
	1 500	1 750	52.3	19.0	10.5	18.2
	2 500	3 000	45.2	19.9	10.4	24.5
	5 000	10 000	39.8	23.5	13.6	23.1

Distribución porcentual de los egresos de las familias urbanas constituídas por diferente número de personas, de acuerdo con sus ingresos, en los Estados Unidos de Norteamérica, en el periodo 1935-36.

Número de miembros de la familia	*Ingreso anual en dólares*		Renglones presupuestales			
			Alimento	*Abrigo*	*Vestido*	*Otros*
D O S	750	1 000	34.6	40.3	7.0	18.1
	1 500	1 750	29.6	37.8	9.1	23.5
	2 500	3 000	26.8	36.8	10.0	26.4
	5 000	10 000	19.5	42.3	9.7	28.5
DE TRES A SEIS	750	1 000	39.1	35.3	8.2	17.4
	1 500	1 750	33.9	33.9	9.8	22.4
	2 500	3 000	29.6	33.3	11.0	26.1
	5 000	10 000	23.0	35.2	12.3	29.5
SIETE O MÁS	750	1 000	43.5	32.7	9.5	14.3
	1 500	1 750	39.6	29.0	11.7	19.7
	2 500	3 000	35.5	28.1	12.8	23.6
	5 000	10 000	26.2	28.0	13.4	32.4

FUENTE: National Resources Commitee, *Consumer Expenditures in the United States, Estimates for 1935-36.* 1939, pp. 101-5. Recalculado por Woytinski. *Opus cit.*, p. 273 y rearreglado por el autor de este artículo.

Rangos que corresponden a las familias formadas por distinto número de miembros dentro de cada una de las clases de ingreso, de acuerdo con la proporción del gasto total que dedican a alimentación, en los medios rural y urbano de Estados Unidos de América (1935-6).

MEDIO		RURAL	MEDIO		URBANO
Rangos dentro de la clase de ingreso	*Porciento dedicado a alimentación*	*Miembros de la familia*	*Rangos dentro de la clase de ingreso*	*Porciento dedicado a alimentación*	*Miembros de la familia*
		Ingresos de 750 a 1 000			
1	59.0	7+	1	43.5	7+
2	50.9	3 — 6	2	39.1	3 — 6
3	45.1	2	3	34.6	2
		Ingresos de 1 500 a 1 750			
1	52.3	7+	1	39.6	7+
2	42.4	3 — 6	2	33.9	3 — 6
3	35.8	2	3	29.6	2
		Ingresos de 2 500 a 3 000			
1	45.2	7+	1	35.5	7+
2	37.9	3 — 6	2	33.9	3 — 6
3	30.4	2	3	26.8	2
		Ingresos de 5 000 a 10 000			
1	39.8	7+	1	26.2	7+
2	28.1	3 — 6	2	23.0	3 — 6
3	23.6	2	3	19.5	2

* Los rangos son crecientes en relación con el monto porcentual del gasto en alimentación (es decir: 1 representa el máximo rango en cuanto gasto en alimentación). Esos mismos rangos, sin embargo, deben considerarse como crecientes en relación con los niveles de bienestar que representa ese gasto porcentual en alimentación (de este modo, 1 representa el rango mínimo, o sea, el nivel más bajo, de las familias más fuertemente determinadas por la más ineludible de las necesidades vitales).

Rangos que corresponden a las familias formadas por distinto número de miembros y que tienen ingresos de diferentes montos, de acuerdo con la proporción del gasto total que dedican a alimentación, en los medios rural y urbano de los Estados Unidos de Norteamérica (1935-6).

MEDIO RURAL				MEDIO URBANO			
Porciento dedicado a alimentación	*Rango*	*Identificación Clase de ingreso*	*Miembros*	*Porciento dedicado a alimentación*	*Rango*	*Identificación Clase de ingreso*	*Miembros*
59.0	1	I	7+	43.5	1	I	7+
52.3	2	II	7+	39.6	2	II	7+
50.9	3	I	3—6	39.1	3	I	3—6
45.2	4	III	7+	35.5	4	III	7+
45.1	5	I	2	34.6	5	I	2
42.4	6	II	3—6	33.9	6	II	3—6
39.8	7	IV	7+	29.6	7.5	II	2
37.9	8	III	3—6	29.6	7.5	III	3—6
35.8	9	II	2	26.8	9	III	2
30.4	10	III	2	26.2	10	IV	7+
28.1	11	IV	3—6	23.0	11	IV	3—6
23.6	12	IV	2	19.5	12	IV	2

Rangos de las familias en el medio rural y en el medio urbano, en relación con número de miembros y clase de ingreso.

Clases de ingreso	MEDIO RURAL			MEDIO URBANO		
	Número de miembros de la familia			*Número de miembros de la familia*		
	2	*3—6*	*7+*	*2*	*3—6*	*7+*
I	5	3	1	5	3	1
II	9	6	2	7.5	6	2
III	10	8	4	9	7.5	4
IV	12	11	7	12	11	10

Diferencias de rango de las familias en relación con la proporción del gasto alimenticio, a igualdad de ingreso y número de miembros entre el medio rural y el medio urbano.

Clases de ingreso	*Número de miembros de la familia.*		
	2	*3—6*	*7+*
I	5—5 = 0	3—3 = 0	1—1 = 0
II	9—7.5 = 1.5	6—6 = 0	2—2 = 0
III	10—9 = 1	8—7.5 = 0.5	4—4 = 0
IV	12—12 = 0	11—11 = 0	7—10 = —3

Interpolación de una Recta a los porcientos del consumo total dedicados a la alimentación por los diferentes grupos de perceptores de ingreso.

FAMILIAS RURALES
1935-1936

Ingresos medios de cada clase en miles de dólares anuales x	Porciento del gasto total empleado en alimento y	xy	x^2
.250	53.6	13.4000	.062500
.625	54.6	34.1250	.390625
.875	51.6	45.1500	.765625
1.125	48.3	54.3375	1.265625
1.375	46.2	63.5250	1.890625
1.625	43.4	70.5250	2.640625
1.875	41.6	78.0000	3.515625
2.250	40.0	90.0000	5.062500
2.750	38.7	106.4250	7.562500
3.500	36.7	128.4500	12.250000
4.500	35.5	159.7500	20.250000
7.500	29.5	221.2500	56.250000
28.250	519.7	1 064.9375	111.906250

Ecuación general: $y = a + bx$

Ecuaciones de interpolación: $\Sigma y = Na + b\Sigma x$

$\Sigma yx = a\Sigma x + b\Sigma x^2$

$$519.7 = 12a + 28.25b$$
$$1064.9 = 28.5a + 111.91b$$

Eliminante:
$$\begin{vmatrix} 28.5 & 111.91 \\ 12 & 28.25 \end{vmatrix} = 13.42.92 - 798.06 = 544.86$$

Determinante del numerador de a:
$$\begin{vmatrix} 1064.9 & 111.91 \\ 519.7 & 28.25 \end{vmatrix} = 58\,159.627 - 30\,083.425 = $$
$$= 28\,076.202$$

Determinante del numerador de b:
$$\begin{vmatrix} 12 & 519.7 \\ 28.5 & 1064.9 \end{vmatrix} = 12\,778.8 - 14\,681.625 =$$
$$= -1\,902.825$$

$$a = \frac{28\,076.202}{544.86} = 51.52 \qquad b = \frac{-1\,902.825}{544.86} = -3.49$$

$$y = 51.52 - 3.49x$$

Interpolaciones correspondientes a los porcientos del gasto total consagrados por las diversas clases estadísticas de ingreso a casa, vestido y transporte.

FAMILIAS RURALES

1935-1936

CASA			VESTIDO		TRANSPORTE		OTROS	
x	y_1	y_1x	y_2	y_2x	y_3	y_3x	y_4	y_4x
.250	21.7	5.4250	8.7	2.1750	6.0	1.5000	10.0	2.5000
.625	20.5	12.8125	8.9	5.5625	5.9	3.6875	10.1	6.3125
8.75	21.4	18.7250	9.0	7.8750	7.3	6.3875	10.7	9.3625
1.125	22.8	25.6500	9.4	10.5750	8.1	9.1125	11.4	12.8250
1.375	23.8	32.7250	9.9	13.6125	8.6	11.8250	11.5	15.8125
1.625	25.3	41.1125	9.7	15.7625	9.6	15.6000	12.0	19.5000
1.875	26.0	48.7500	9.7	18.1875	10.6	19.8750	12.1	22.6875
2.250	26.3	59.1750	10.2	22.9500	10.9	24.5250	12.6	28.3500
2.750	26.2	72.0500	10.2	28.0500	11.8	32.4500	13.1	36.0250
3.500	27.3	95.5500	10.3	36.0500	12.1	42.3500	13.6	47.6000
4.500	28.0	126.0000	11.7	52.6500	11.1	49.9500	13.7	61.6500
7.500	30.8	231.0000	11.8	88.5000	13.9	104.2500	14.0	105.0000
28.250	300.1	768.9750	119.5	301.9500	115.9	321.5125	144.8	366.6250

ELIMINANTE COMÚN: $\begin{vmatrix} 12 & 28.25 \\ 28.25 & 111.91 \end{vmatrix} = 544.86$

Determinantes de los numeradores de los términos independientes *(aes)*

$$\begin{vmatrix} 300.1 & 28.25 \\ 768.98 & 111.91 \end{vmatrix} = \quad \begin{vmatrix} 119.5 & 28.25 \\ 301.95 & 111.91 \end{vmatrix} = \quad \begin{vmatrix} 115.9 & 28.25 \\ 321.51 & 111.91 \end{vmatrix} = \quad \begin{vmatrix} 144.8 & 28.25 \\ 366.6 & 111.91 \end{vmatrix} =$$

33584.191	13373.245	12970.369	16204.568
−21723.685	8530.0875	9082.6575	10356.450
11860.506	4843.1575	3887.7115	5848.118

Determinantes de los numeradores de los coeficientes de la variable *(bes)*

$$\begin{vmatrix} 12 & 300.1 \\ 28.25 & 768.98 \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} 12 & 119.5 \\ 28.25 & 301.95 \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} 12 & 115.9 \\ 28.25 & 321.51 \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} 12 & 144.8 \\ 28.25 & 366.6 \end{vmatrix}$$

=	=	=	=
9227.76	3623.40	3858.12	4399.2
−8477.825	−3375.875	−3274.175	4090.6
749.935	247.525	583.945	308.6

Valores de los términos independientes *(aes)*

1186.506/544.86=21.77; 4843.1575/544.86=8.9; 3887.7115/544.86=7.1;
5848.118/544.86=10.7

749.935/544.86=1.37; 247.525/544.86=0.5; 583.945/544.86=1.1.;
308.6/544.86=0.56±6

Fcuaciones obtenidas de la interpolación de rectas a los datos correspondientes al porciento del gasto total destinado a alimentación, casa, vestido y transporte por las familias rurales en los Estados Unidos de Norteamérica, en el periodo (1935-36.

Relación entre el monto medio de la clase estadística de ingreso *(x)* y el porciento del gasto total destinado a *alimentación* (y_0)

$$y_0 = 51.52 - 3.49x$$

Relación entre el monto medio del ingreso de la clase estadística *(x)* y el porciento del gasto total destinado a *renta* (y_1)

$$y_1 = 21.77 + 1.37x$$

Relación entre el monto medio del ingreso de la clase estadística *(x)* y el porciento del gasto total destinado a *vestido* (y_2)

$$y_2 = 8.9 + 0.5x$$

Relación entre el monto medio del ingreso de la clase estadística *(x)* y el porciento del gasto total destinado a *transporte* (y_3)

$$y_3 = 7.1 + 1.1x$$

Relación entre el monto medio del ingreso de la clase estadística *(x)* y el porciento del total destinado a *otros gastos* (y_4) distintos de los anteriores.

$$y_4 = 10.7 + 0.6x$$

Interpolaciones correspondientes a los porcientos de gasto total consagrados por las diversas clases estadísticas de ingreso a alimentación, casa, vestido y transportes.

FAMILIAS URBANAS

1935-1936

	ALIMENTACIÓN		CASA		VESTIDO		TRANSPORTES		OTROS	
x	y_0	y_0x	y_1	y_1x	y_2	y_2x	y_3	y_3x	y_4	y_4x
.250	39.1	9.7750	39.5	9.8750	6.5	1.6250	3.1	.7750	11.8	2.9500
.625	39.3	24.5625	39.3	24.5625	7.3	4.5625	3.6	2.2500	12.0	7.5000
.875	37.9	33.1625	37.9	33.1625	7.8	6.8250	5.1	4.4625	12.4	10.8500
1.125	35.9	40.3875	35.9	42.6375	8.7	9.7875	6.7	7.5375	12.7	14.2875
1.375	35.0	48.1250	35.0	48.1250	9.0	11.4750	7.3	10.0375	13.5	18.5625
1.625	33.1	53.7875	33.1	53.7875	9.7	15.7625	8.6	13.9750	14.0	22.7500
1.875	32.1	60.1875	32.1	60.1875	9.8	18.3750	9.4	17.6250	14.1	26.4375
2.250	30.7	69.0750	30.7	69.0750	10.5	23.6250	10.5	23.6250	14.6	32.8500
2.750	29.3	80.5750	29.3	80.5750	11.0	30.2500	11.1	30.5240	15.0	41.2500
3.500	27.5	96.2500	27.5	96.2500	11.9	41.6500	11.0	38.5000	15.5	54.2500
4.500	25.5	114.7500	25.4	114.7500	12.2	54.9000	11.8	53.1000	16.5	74.2500
7.500	22.6	169.5000	22.6	169.5000	11.9	89.2500	12.1	90.7500	17.4	130.5000
28.250	388.0	800.1375	352.5	802.4875	116.3	308.0875	100.3	293.1625	169.5	436.4375

ELIMINANTE COMÚN = 544.86

Determinantes de los numeradores de los términos independientes *(aes)*

$$\begin{vmatrix} 388.0 & 28.25 \\ 800.1 & 111.91 \end{vmatrix} = \quad \begin{vmatrix} 352.5 & 28.25 \\ 802.5 & 111.91 \end{vmatrix} = \quad \begin{vmatrix} 116.3 & 28.25 \\ 308.1 & 111.91 \end{vmatrix} = \quad \begin{vmatrix} 100.3 & 28.25 \\ 293.2 & 111.91 \end{vmatrix} = \quad \begin{vmatrix} 169.5 & 28.25 \\ 436.4 & 111.91 \end{vmatrix}$$

43421.08	39448.275	13015.133	11224.573	18968.745
22602.825	22670.625	8703.825	8282.900	12328.300
20818.255	16777.650	4311.308	2941.673	6640.445

Determinantes de los numeradores de los coeficientes de la variable *(bes)*

$$\begin{vmatrix} 12 & 388 \\ 28.25 & 800.1 \end{vmatrix} = -1359.8 \quad \begin{vmatrix} 12 & 352.5 \\ 28.25 & 802.5 \end{vmatrix} = -328.125 \quad \begin{vmatrix} 12 & 116.3 \\ 28.25 & 308.1 \end{vmatrix} = 411.725 \quad \begin{vmatrix} 12 & 100.3 \\ 28.25 & 293.2 \end{vmatrix} = 684.925 \quad \begin{vmatrix} 12 & 168.5 \\ 28.25 & 436.4 \end{vmatrix} = 448.425$$

Valores de los términos independientes *(aes)*

$$\frac{20818.255}{544.86} = 38.21; \quad \frac{16777.650}{544.85} = 30.79; \quad \frac{4311.308}{544.86} = 7.91; \quad \frac{2941.773}{544.86} = 5.40;$$

$$\frac{6640.445}{544.86} = 12.18$$

Valores de los coeficientes de la variable independiente *(bes)*

$$\frac{-1359.8}{544.86} = -2.49; \quad \frac{-328.125}{544.86} = -.6; \quad \frac{411.725}{544.86} = .82; \quad \frac{684.925}{544.86} = .1.26;$$

$$\frac{448.425}{544.86} = 0.83$$

Ecuaciones obtenidas de la interpolación de rectas a los datos correspondientes al porciento del gasto total destinado a alimentación, casa, vestido y transporte por las familias urbanas en los Estados Unidos de Norteamérica, en el periodo 1935-36.

Relación entre el monto medio del ingreso de la clase estadística *(x)* y el porciento del gasto total destinado a *alimentación* (y_0)

$$y_0 = 38.21 - 2.49x$$

Relación entre el monto medio del ingreso de la clase estadística *(x)* y el porciento del gasto total destinado a la *casa* (y_1)

$$y_1 = 30.79 - 0.6x$$

Relación entre el monto medio del ingreso de la clase estadística *(x)* y el porciento del gasto total destinado a *vestido* (y_2)

$$y_2 = 7.91 + 0.82x$$

Relación entre el monto medio del ingreso de la clase estadística *(x)* y el porciento del gasto total destinado a *transporte* (y_3)

$$y_3 = 5.4 + 1.26x$$

Relación entre el monto medio del ingreso de la clase estadística *(x)* y el porciento del total destinado a *otros gastos* (y_4) distintos de los anteriores.

$$y_4 = 12.18 + 0.83x$$